I SKYRIUS

ĮVADAS Į BANGINĘ ŠVIESOS TEORIJĄ

1.1. HARMONINIAI VIRPESIAI. MONOCHROMATINĖS BANGOS

Harmoniniai virpesiai yra periodiniai fizikinio dydžio kitimai laike, nusakomi sinuso (arba kosinuso) dėsniu, kurio išraiška gaunama išsprendus diferencialinę lygtį:

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -f\,x + P\,;$$

čia P – sunkis, fx – elastinė jėga, x – nuokrypis nuo pusiausvyros padėties, f – elastinio ryšio koeficientas. Šios lygties sprendinys:

$$x' = a\sin(\omega t + \delta) \text{ arba } x' = a\cos(\omega t + \delta);$$

čia $x' = x - P/f$, a – virpesių amplitudė, ω – kampinis dažnis, δ – pradinė virpesių fazė.

Šiomis lygtimis nusakomos sistemos vadinamos *harmoniniais osciliatoriais.*

Harmoninio osciliatoriaus modelis suvaidino svarbų vaidmenį atomų ir molekulių spektroskopijoje. Osciliatoriaus virpesių periodas

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{f}}\,,$$

o pilnutinė energija

$$E = \frac{f\,a^2}{2}\,.$$

Sprendinio kompleksinis pavidalas:

$$z = a\exp(\mathrm{i}\varphi) = a\,(\cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi).$$

Plokščiosios bangos lygtis:

$$s = a\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = a\cos(\omega t - k\,x) = a\cos(2\pi\nu t - k\,x);$$

čia $k = 2\pi/\lambda$ kampinis bangos skaičius.

Sferinės bangos lygtis:

$$s = \frac{a}{r}\cos\omega\left(t - \frac{r}{v}\right);$$

čia r – bangos paviršiaus kreivumo spindulys.

Bet kokios bangos lygtis yra diferencialinės lygties, vadinamos *bangine lygtimi*, sprendinys. Bendrasis banginės lygties pavidalas yra toks:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}; \qquad (1.1.1)$$

čia fazinis greitis $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{\lambda}{T}$.

Šią banginę lygtį tenkina ne tik funkcija

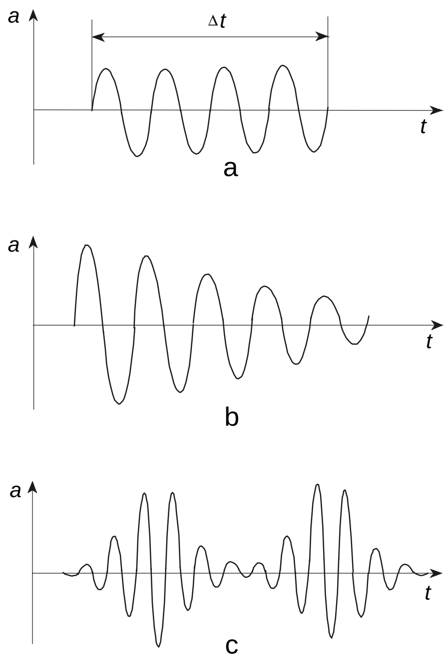
$$s(x, y, z, t) = a\cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z) \;,$$

bet ir funkcija pavidalo

$$f(x, y, z, t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)$$

nusakanti bangą be sinuso arba kosinuso išraiškos.

Monochromatinė banga išreiškiama tokia periodine funkcija, kai ne tik periodas, bet ir amplitudė bei pradinė fazė, nekinta laike. Griežtai žiūrint, 1.1.1 pav. pavaizduotos bangos nėra monochromatinės. *Bangos voros* amplitudė (1.1.1 a pav.) už Δt ribų lygi nuliui. Jei sinusinės dalies ilgis yra gerokai didesnis už bangos ilgį, turime ilgą bangos vorą. Kuo amplitudė mažiau kinta laike, tuo banga monochromatiškesnė. Praktiškai niekuomet neturime visiškai monochromatinių bangų, nes tokias



1.1.1 pav. Nemonochromatinės bangos (a – bangos vora, b – gęstančioji banga, c – mūša) bangas nusakantieji virpesiai yra abstrakcija. Optikoje nagrinėjamos bangos, galinčios tik tam tikru artiniu būti monochromatinėmis. Todėl įvedama *kvazimonochromatinės* bangos samprata.

$$s = a(t)\cos\left[\omega t + \delta(t)\right].$$

Realiose sąlygose dažniausiai yra ne atskira banga, bet bangų grupė. Pasitenkindami vienmačiu uždaviniu, bangų grupę galima išreikšti eilės harmoninių bangų, kurių dažniai sugrupuoti apie pagrindinį dažnį, atstojamąja. Jei grupės narių dažniai skiriasi nuo pagrindinio daugiau nei maža jo dalis, tai jų amplitudės yra gerokai mažesnės už amplitudę tų bangų, kurių dažniai artimi pagrindiniam. Todėl beveik visa energija telkiasi dažniuose, artimuose pagrindiniam.

Trumpoje bangų voroje nėra vyraujančiojo dažnio ir, skirstant tokią vorą į harmonines bangas, skirstinys pagal dažnius platus. Jei bangos vora ilga, tai vienas dažnis yra vyraujantis ir kuo ji ilgesnė, tuo mažiau skiriasi nuo monochromatinės bangos. Tada bangos dažnių intervalas siaurėja ir riboje susidaro griežtai pastovios amplitudės monochromatinė banga.

Galima įsivaizduoti ir kitą ribinį atvejį, kai bangos vora tokia trumpa ir netaisyklingos formos, kad nė vieno dažnio negalima laikyti vyraujančiuoju. Tokios rūšies virpesiai vadinami *bangų impulsu.*

Taigi paprastųjų harmoninių (monochromatinių) bangų samprata yra labai svarbi, nes daugelis rezultatų gali būti išreikšti patogioje formoje. Tačiau, kad patenkinamai paaiškinti daugelį eksperimento detalių optikoje, dažnai tenka netgi monochromatinę šviesą laikyti bangų grupe.

1.2. SUPERPOZICIJOS PRINCIPAS. SUPRATIMAS APIE FURJĖ SKLEIDIMĄ

Bendroji užduotis apie laisvojo pavidalo bangų grupės sklidimą gerokai supaprastėja dėl to, kad bet kokią funkciją galima išreikšti tam tikrų funkcijų suma. Fiziškai tai reiškia, kad laisvoji bangų grupė gali būti išreikšta bangų arba bangos impulsų suma.

Tarkim, kad kokiame nors erdvės taške fiksuojamas vienu metu begalinio bangų skaičiaus poveikis. Paprasčiausia hipotezė, kurią galima taikyti bendrojo jų poveikio atžvilgiu, yra tokia. Jei $s_1, s_2, s_3, \ldots$ – atskirų bangų trikdžiai kokiame nors erdvės taške tam tikru laiko momentu, tai atstojamasis trikdys yra jų algebrinė suma:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + \ldots \qquad (1.2.1)$$

Jei atstojamasis judesys aprašomas bangos lygtimi (1.1.1), tai būtina, kad s būtų tos lygties sprendinys. Bangos lygties sprendiniai yra adityvūs ir tada s yra bangos lygties sprendinys.

Superpozicijos principas yra fizikinė hipotezė, pagal kurią *šviesos bangos trikdys kokiame nors taške ir tam tikru laiko momentu susidarantis pereinant eilei bangų yra lygus atskirų bangų trikdžių algebrinei sumai.* Matematiškai tai užrašoma (1.2.1). Superpozicijos principas naudojamas tada, kai sistemos savybės nepriklauso nuo to, ar ji veikiama trikdžio, ar ne. Tokia nepriklausomybė bus tada, kai poveikis nelabai stiprus.

Jei superpozicijos principas yra tenkinamas, tai laisvąją bangų grupę galima pakeisti jos dedamosiomis ir kiekvienos dedamosios poveikį nagrinėti atskirai. Racionalus šių dedamųjų parinkimas, t. y. skleidimo metodo parinkimas, gali gerokai supaprastinti užduotį. Toks racionalus skleidimas yra skleidimas į monochromatines bangas, t. y. laisvoji funkcija pateikiama kaip harmoninių funkcijų visuma. Tam gerai tinka Furjė (*Fourier*) teorema – *nesinusinės formos banga visuomet gali būti išreikšta harmoninių bangų suma.*

Furjė eilutės ypač patogios tada, kai norima išreikšti funkcijas, kurių negalima išreikšti kokia nors paprasta algebrine išraiška, tačiau kurią galima suskirstyti į dalis, tenkinančias Dirichle sąlygas.

Tarkim, kad funkcija $s = f(x)$ skleidžiama Furjė eilute intervale nuo $-l_0$ iki $+l_0$. Jei $x = \pi l/l_0$, tai Furjė eilutė bus tokia:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \cdots + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \cdots;$$

čia Furjė koeficientai

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x; \quad a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,\mathrm{d}x;$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,\mathrm{d}x; \quad n = 1, 2, 3, \cdots.$$

Įvedus pastoviuosius $A_0, A_1, \ldots$ ir $\delta_1, \delta_2, \ldots$, nusakomus sąryšiais

$$A_0 = a_0;\ A_1 \sin \delta_1 = a_1;\ A_1 \cos \delta_1 = b_1 \ldots,$$

funkcija $f(x) = A_0 + A_1 \sin(x + \delta_1) + A_2 \sin(2x + \delta_2) + \ldots$.

Kiekvienas narys, išskyrus pirmąjį, nusako sinusinę bangą.

Toks skleidimas vadinamas *harmonine analize.* Jei skleidimo intervalas nuo $-\infty$ iki $+\infty$, tai harmoninių dedamųjų seka bus ištisinis spektras.

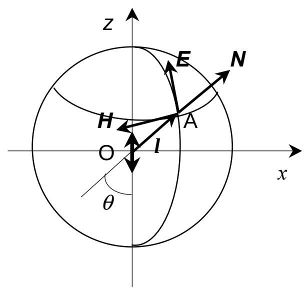
Amplitudės kitimas laike nusako intensyvumo kitimą ir vadinamas *moduliavimu.* Moduliuoti galima ne tik bangos amplitudę (*amplitudės moduliavimas*), bet ir fazę (*fazės moduliavimas*).

1.3. ELEKTRINIO DIPOLIO SPINDULIAVIMAS

Elektrinio dipolio modelis plačiai naudojamas įvairiose optinėse užduotyse. Šiuo modeliu galima patenkinamai nusakyti šviesos sklidimą medžiagose, sugertį, spinduliavimą, šviesos sklaidą ir kitus reiškinius.

Elektrinis dipolis yra sistema, sudaryta iš dviejų vienodo didumo ir priešingų ženklų krūvininkų q, tarp kurių atstumas $\boldsymbol{r}$. Pagrindinė dipolio charakteristika yra dipolinis momentas $\boldsymbol{p} = q\,\boldsymbol{r}$.

Jei dipolio krūvininkai (arba vienas krūvininkas) harmoningai virpa palei ašį, tokia sistema vadinama *tiesiniu harmoniniu osciliatoriumi*. Osciliatoriaus kintantysis dipolinis momentas lygus $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_0 \cos \omega t$ (čia ω– krūvininko virpesių dažnis). Reikia pabrėžti, kad $\boldsymbol{p} = q\,\boldsymbol{r}$ kitimas gali vykti kaip dėl $e = e_0 \cos \omega t$, taip ir dėl $r = r \cos \omega t$ kitimo. Krūvio kitimas realizuojamas radijotechnikoje, o atstumo kitimas yra daugelio fizikinių reiškinių pagrindas.



1.3.1. pav. Dipolio spinduliuojamos sferinės bangos elektromagnetinis laukas

Optikoje dažniausiai nagrinėjama, kai $r = r \cos \omega t$, $r << \lambda$ ir tiriama dideliuose atstumuose l ($l >> r$). Vektorius $\boldsymbol{l}$ brėžiamas iš osciliatoriaus centro O į nagrinėjamąjį tašką A (1.3.1 pav.). Sritis, kurioje kinta l, vadinama *bangos zona*. Elektrodinamikoje įrodoma, kad pirmuoju artiniu neutralios sistemos judančiųjų krūvininkų laukas bangos zonoje sutampa su lauku osciliatoriaus, kurio elektrinis momentas lygus suminiam sistemos momentui.

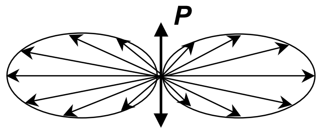
Kadangi elektromagnetinis trikdys sklinda į visas puses nuo dipolio vienodu greičiu c (kai dipolis yra vakuume), tai bangos sklidimo laikas į visus taškus, nutolusius nuo dipolio vienodu atstumu l, toks pats. Todėl visuose sferos, kurios centre yra dipolis, taškuose virpesių fazės yra vienodos, t. y. dipolio skleidžiamoji banga yra sferinė.

Kadangi į greitai kintantį šviesos lauką reaguoja tik atomų ir molekulių elektronai, jų virpesius veikiant laukui galima modeliuoti harmoniniais osciliatoriais. Izotropinėje molekulėje (t. y. veikiant elektriniam laukui, elektronas paslenka vienodai visomis molekulės kryptimis) elektrono virpesių kryptis sutampa su krintančiosios šviesos bangos elektrinio vektoriaus virpesių kryptimi. Antrinės bangos elektrinio vektoriaus ***E*** kryptį lemia elektrono, kuris sukelia šią bangą, virpesių kryptis, t. y. ***E*** yra toje pačioje plokštumoje, kaip ir ***p***. Kadangi elektromagnetinės bangos yra skersinės, vektorius ***E*** turi būti statmenas bangos sklidimo krypčiai. Šios dvi sąlygos, lemiančios vektoriaus ***E*** padėtį, leidžia susidaryti įvaizdį apie virpančiojo elektrono spinduliavimą (1.3.1 pav.).

Harmoninio osciliatoriaus vidutinė energija proporcinga virpesių dažnio ketvirtajam laipsniui ω^4 ir priklauso nuo spinduliuotės linkmės ($\sin^2\theta$):

$$\langle S\rangle = \frac{\omega^4\, p_0^2}{8\pi c^3 l^2}\sin^2\theta \;;$$

čia p_0 – amplitudinė dipolinio momento vertė.



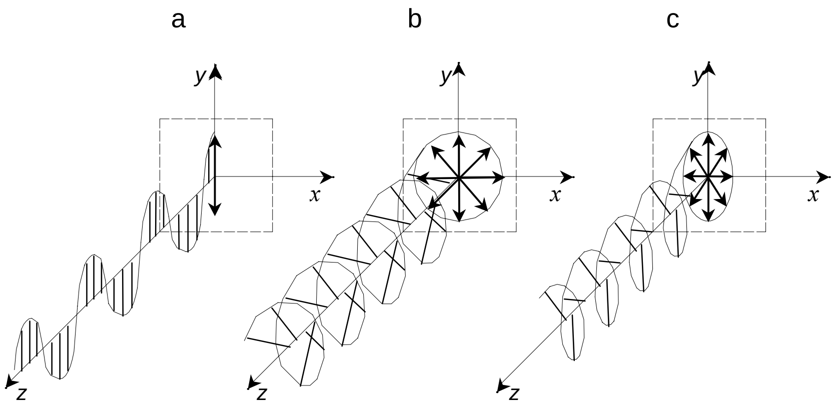
1.3.2. pav. Elementaraus osciliatoriaus spinduliuotės diagrama

Dipolio spinduliuotės energijos skirstinys (spinduliuotės diagrama) pavaizduota 1.3.2 pav. Energija yra didžiausia kryptimis, statmenomis elektrono virpesių linijai (elementaraus spinduliuotojo ašiai), ir lygi nuliui kryptimis palei ašį (išilginė elektromagnetinė banga negalima !). Erdvinis vaizdas susidarytų sukant figūrą, pavaizduotą 1.3.2 pav., apie dipolio ašį.

Dėsningumas, kad osciliatoriaus spinduliuojama galia proporcinga dažnio ketvirtajam laipsniui, labai svarbus šviesos sklaidos teorijoje. Tokia ryškia priklausomybe nuo bangos ilgio aiškinama, pavyzdžiui, dangaus žydra spalva (trumposios bangos sklaidomos stipriau negu ilgosios) ir raudona Saulės spalva saulėlydžio metu, kai pereinant spinduliams storus atmosferos sluoksnius melsvieji spinduliai iš tiesioginio srauto išsklaidomi stipriau negu raudonieji.

1.4. ELEKTROMAGNETINIŲ BANGŲ POLIARIZACIJA

Poliarizuotoji ir natūralioji šviesa. Elektromagnetinės bangos poliarizacija – tai ašinės simetrijos pažeidimas (bangos sklidimo krypties atžvilgiu) skersinėje bangoje, kuris pasireiškia tuo, kad elektrinio lauko stiprio ***E*** (arba magnetinio lauko ***H***) pokytis įvairiomis kryptimis plokštumoje, statmenoje sklidimo krypčiai, yra skirtingas. Kitaip tariant, poliarizuotoji elektromagnetinė banga yra tokia banga, kurioje elektrinio lauko (arba magnetinio) stiprio konkretaus didumo vektoriaus ***E*** galas juda tam tikru dėsningumu. Jei vektoriaus projekcijos į plokštumą, statmeną sklidimo krypčiai, galas juda tiese, turėsime *tiesiai poliarizuotą* bangą (1.4.1 a pav.). *Apskritai poliarizuotoje* bangoje tam tikros fazės vektorius ***E*** (kartu ir ***H***)



1.4.1 pav. Tiesiai (a), apskritai (b) ir elipsiškai (c) poliarizuotoji banga

bėgančioje bangoje brėžia erdvines apskritas spirales, o statmenoje plokštumoje – apskritimą (1.4.1 b pav.). Kai bėgančioje bangoje brėžiamos erdvinės elipsinės spiralės, o sklidimo krypčiai statmenoje plokštumoje elipsę – turėsime *elipsiškai poliarizuotą* bangą (1.4.1 c pav.).

Kai nagrinėjamajame sraute visos bangos, sklindančios iš skirtingų elementariųjų mikroskopinių spinduolių, poliarizuotos vienodai, tokia poliarizacija vadinama *pilnutine.*

Paprasčiausiose plokščiose vienalytėse elektromagnetinėse bangose (pvz., šviesos bangose skaidrioje izotropinėje terpėje) vektoriai ***E*** ir ***H*** virpa atskirose plokštumose, statmenose bangos sklidimo krypčiai, t. y. bangos griežtai skersinės. Vektorių ***E*** ir ***H*** galais brėžiamos figūros panašios, bet pasuktos viena kitos atžvilgiu 90^0; fazės ir sukimosi kryptys vienodos. Šiuo atveju galima kalbėti apie tam tikrą bangos poliarizaciją visumoje. Sudėtingesnėse nevienalytėse bangose (pvz., bangose metaluose arba esant visiškajam vidaus atspindžiui skaidrioje terpėje) vektoriai ***E*** ir ***H*** virpa skirtingose plokštumose, jų brėžiamos kreivės skirtingos, skirtingos ir fazės. Kalbėti apie bangos poliarizaciją visumoje negalima, reikia nurodyti ***E*** ir ***H*** poliarizaciją atskirai.

Jei vektoriaus ***E*** dedamosios nesusietos faze (nekoherentinės) ir skirtingų elementariųjų mikrospinduolių skleidžiamose bangose virpesiai yra skirtingų vienodai tikimų orientacijų, šviesa *natūralioji* (arba *nepoliarizuotoji*). Jos sudėtyje gali būti elipsiškai, tiesiai bei apskritai poliarizuotų bangų.

Šviesa, kurioje yra vyraujantys labiausiai tikimų krypčių virpesiai, vadinama *iš dalies* poliarizuota. Kiekybiškai ji nusakoma poliarizacijos laipsniu.

Atskiri silpnai sąveikaujantys elementarieji mikrospinduliuotojai (atomai, molekulės) spinduliuoja poliarizuotą šviesą. Jos poliarizacijos pobūdį nusako sistemos spinduolis–šviesos laukas judėjimo kiekio momento tvermės dėsnis iki ir po spinduliavimo akto. Kiekvienam atskiram spinduliavimo modeliui būdinga tam tikra poliarizacija. Pavyzdžiui, harmoninis dipolinis osciliatorius spinduliuoja tiesiai poliarizuotas bangas, elektrinis arba magnetinis rotatorius – elipsiškai poliarizuotas. Jei spinduolis yra išoriniame elektriniame arba magnetiniame lauke, šviesos poliarizacija tampa sudėtingesne – kiekviena spinduliuotės spektro linija skyla į kelias skirtingos poliarizacijos linijas.

Makroskopinių kūnų spinduliuojama šviesa sudaryta iš didelio elementariųjų spinduolių skaičiaus. Jos poliarizacija nusakoma spinduolių prigimtimi ir jų orientacija. Kai spinduoliai išsidėstę visiškai netvarkingai, šviesa natūralioji, o, pvz., kristaluose gali būti ženkli poliarizacija.

Pusiausvyrusis šiluminis spinduliavimas, kaip visiškai izotropinis, yra natūralusis. Temperatūrinių spinduolių spinduliuotė yra silpnai poliarizuota dėl paviršinių sluoksnių poveikio, kuriuose nėra visiškos pusiausvyros tarp spinduliuotės ir medžiagos. Pavyzdžiui, kaitrinės lempos volframo siūlelio spinduliuojama šviesa yra poliarizuota iki $(15 \div 20)\%$, gyvsidabrio lempos – iki $(5 \div 8)\%$. Dienos šviesa praktiškai yra natūralioji, nors atskirų dangaus plotų šviesa visuomet yra šiek tiek poliarizuota. Stipriai poliarizuotą šviesą spinduliuoja liuminescuojantys skysčiai ir kietieji kūnai, ypač žadinant poliarizuota šviesa.

Šviesos poliarizacijos pobūdis turi esminės įtakos šviesos sąveikai su medžiaga. Optiškai izotropinėse medžiagose, o kartais ir metaluose, nuo šviesos poliarizacijos priklauso šviesos sklidimo greitis ir kryptis (dvejopas spindulių lūžis), o taip pat sugertis (dichroizmas). Sklindant šviesai medžiagoje poliarizacijos pobūdis gali keistis: pakinta virpesių plokštuma (atsispindint, lūžtant, optiškai aktyviose terpėse); tiesiai poliarizuota šviesa gali tapti elipsiškai poliarizuota (visiškojo vidaus atspindžio atveju; atsispindint nuo sugeriančių paviršių, pvz., metalų).

Terpės sklaidoma šviesa taip pat keičia savo poliarizaciją. Sklindant terpėse poliarizuotai šviesai išsklaidytoji visuomet tam tikru laipsniu depoliarizuojasi. Indikuotosios spinduliuotės poliarizacijos pobūdis visuomet toks pat kaip ir skatinamosios.

Kvantinėje elektrodinamikoje šviesos trikdys nagrinėjamas kaip *fotonų*, kurių sukinys (vidinis impulso momentas) lygus vienetui, srautas. Šviesos poliarizacija nagrinėjama kaip įvairių sukinio orientacijų pasireiškimo galimybių, t. y. šviesos poliarizaciją lemia šviesos kvantų – *fotonų* – struktūros savybės. Sukinio projekcija į kokią nors išskirtą fizikinę kryptį (pvz., šviesos sklidimo kryptį) gali įgyti vertes: +1; 0 ir –1. Antroji iš jų skersiniams šviesos fotonams (atitinkantiems skersinėms bangoms bangų įvaizdžiuose) nerealizuojama, o pirmajai ir trečiajai atitinka dešinioji ir kairioji *apskritiminės* poliarizacijos. Galima teigti, kad *tiesiai* poliarizuota šviesa yra dviejų vienodai tikimų būsenų fotonų superpozicija; vienoje būsenoje sukinys orientuotas išilgai sklidimo krypties, o kitoje – prieš ją. Elipsinę poliarizaciją galima suprasti kaip apskritiminės ir tiesinės poliarizacijų sumą, kas aiškinama fotonų sukinių orientacijų pasireiškimu. Esant dipoliniam spinduliavimui, poliarizuota šviesa perneša impulso momentą lygų $h/2\pi$ kiekvienam fotonui (h – Planko pastovioji).

Poliarizuotoji šviesa leidžia išaiškinti daugelį medžiagos sandaros ypatumų. Pagal šviesos poliarizacijos pobūdį galima daryti išvadas apie spinduliuotojų buvimo sužadintoje būsenoje trukmę. Išsklaidytos šviesos depoliarizacija pateikia žinias apie šilumines fluktuacijas terpėje, koncentracines fluktuacijas tirpaluose ir t. t.

Veikiant medžiagas poliarizuotąja šviesa, galima keisti jos savybes: sukurti priemaišinius tam tikros orientacijos centrus, perkelti atomus į norimos momento orientacijos būsenas (optinis kaupinimas), orientuoti sugerties centrus. Šviesos poliarizacija, kaip anizotropinė savybė, leidžia tirti visas medžiagos anizotropijos rūšis. Kristalų optikoje tiriama jų struktūra.

Virpesių ir bangų sudėtis. Tarkim, kad viena kryptimi z sklinda dvi tiesiai poliarizuotos tarpusavyje statmenose plokštumose monochromatinės bangos

$$E_x = E_{10} \sin(\omega t - k z), \tag{1.4.1}$$

$$E_y = E_{20} \sin(\omega t - k z + \delta); \tag{1.4.2}$$

čia δ – pradinis fazių skirtumas tarp virpesių k – bangos skaičius.

Dėl superpozicijos $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_x + \boldsymbol{E}_y$. Sudarykime atstojamąjį virpesį nusakomos kreivės lygtį. (1.4.2) išraišką galima užrašyti taip:

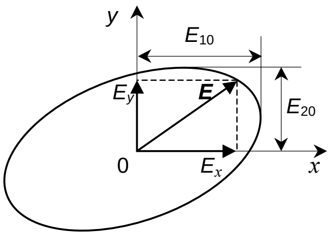
$E_y = E_{20} \sin (\omega t - k z) \cos \delta + E_{20} \cos (\omega t - k z) \sin \delta.$

Panaudojus (1.4.1) išraišką užrašoma:

$$E_y = E_{20} \frac{E_x}{E_{10}} \cos\delta + E_{20} \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{E_{10}^2}} \sin\delta .$$

Iš čia

$$\frac{E_x^2}{E_{10}^2} + \frac{E_y^2}{E_{20}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{10}} \frac{E_y}{E_{20}} \cos\delta = \sin^2\delta . \qquad (1.4.3)$$



1.4.2 pav. Dviejų tarpusavyje statmenųjų virpesių sudėtis (bendrasis atvejis)

Tai elipsės lygtis, kurios grafikas pavaizduotas 1.4.1 pav. Jei $\cos\delta = 0$ ir $\sin \delta = \pm 1$, tai

$$\frac{E_x^2}{E_{10}^2} + \frac{E_y^2}{E_{20}^2} = 1$$

ir elipsės ašys sutampa su koordinačių x ir y ašimis.

Sumuojant dvi tiesiai tarpusavyje statmenai poliarizuotas bangas, kai fazių skirtumas tarp jų $\delta = \pi/2 + m\pi$ (čia $m = 0, 1, 2, \ldots$), sukuriama atstojamoji *elipsiškai poliarizuota* banga.

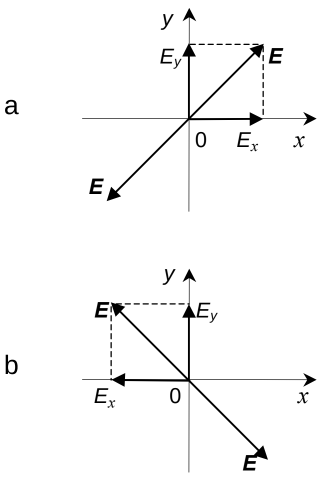
Kai $E_{10} = E_{20}$, elipsė tampa apskritimu ir sukuriama *apskritai poliarizuota* šviesa.

Kai $\cos \delta \neq 0$, tai (1.4.3) lygtis irgi nusako elipsę, bet jos ašys nesutampa su koordinačių ašimis. Elipsė bus ir tuo atveju, kai $E_{10} = E_{20}$.

Kai $\cos \delta = \pm 1$ ir $\sin \delta = 0$, tai (1.4.3) lygtis bus tokio pavidalo:

$$\left(\frac{E_x}{E_{10}} \mp \frac{E_y}{E_{20}} \right)^2 = 0 ,$$

t. y. gaunamos tiesių lygtys:



1.4.3 pav. Dviejų tarpusavyje statmenųjų virpesių sudėtis (a – vienodos fazės, b – priešingos fazės)

$$\frac{E_x}{E_{10}} - \frac{E_y}{E_{20}} = 0 \quad \text{ir} \quad \frac{E_x}{E_{10}} + \frac{E_y}{E_{20}} = 0.$$

Atstojamojo vektoriaus **E** galas juda tiese (1.4.3 pav.). Susidariusi *tiesinės poliarizacijos* banga yra ribinis elipsinės poliarizacijos atvejis.

Iš to išplaukia, kad bet kokios poliarizacijos elektromagnetinė banga yra dviejų tiesinės poliarizacijos bangų, kurių vektorius **E** virpa tarpusavyje statmenose plokštumose, superpozicijos padarinys

Galima įrodyti, kad *tiesinės poliarizacijos banga atsiranda dėl apskritiminės poliarizacijos bangų superpozicijos.*

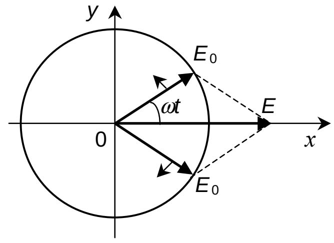
Tarkim, kad yra kairinės ir dešininės apskritiminės poliarizacijos bangos, kurių elektrinio vektoriaus projekcijos į koordinačių ašis x ir y (1.4.4 pav.) reiškiamos taip:

$E_{1x} = E_0 \cos \omega t;$

$E_{1y} = E_0 \sin \omega t;$

$E_{2x} = E_0 \cos \omega t;$

$E_{2y} = -E_0 \sin \omega t.$



1.4.4 pav. Dviejų apskritai poliarizuotų bangų sudėtis

Dėl superpozicijos gaunama:

$E_x = E_{1x} + E_{2x} = 2\, E_0 \cos \omega t;$

$E_y = E_{1y} + E_{2y} = 0,$

t. y. susidaro tiesinės poliarizacijos banga. Atstojamasis vektorius **E** nukreiptas x ašies kryptimi. Jei tarp atskirų virpesių būtų fazių skirtumas, tai atstojamųjų virpesių linija sudarytų su x ašimi tam tikrą kampą.