

### 5.2.2. DIFRAKCIJA DVIEJUOSE PLYŠIUOSE

Difrakcijos viename plyšyje vaizdas nekinta, jei plyšys stumdomas lygiagrečiai su ekranu. Jei šviesa pereina du vienodus tarpusavyje lygiagrečius plyšius, susidaręs vaizdas daug sudėtingesnis, nes čia pasireiškia iš abiejų plyšių sklindančių bangų tarpusavio interferencija.

Tarkim, kad plokščioji banga statmenai krinta į du plyšius (5.2.2.1 pav.), kurių kiekvieno plotis  $b$ , atstumas tarp jų  $d$ . Suprantama, kad minimumų, susidariusių difragavus šviesai viename plyšyje, vieta nepasikeis ir vykstant difrakcijai dviejuose plyšiuose, nes tos vietos, kurių kryptimi nė vienas plyšys atskirai nesiučia šviesos, negaus jos ir dviejų plyšių atveju. Tačiau dėl bangų iš dviejų plyšių tarpusavio interferencijos difrakciniame vaizde atsiranda papildomų maksimumų ir minimumų.

Eigos skirtumas

$$AD = AC \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

Šviesos intensyvumo pasiskirstymą ekrano plokštumoje nusako tokia išraiška:

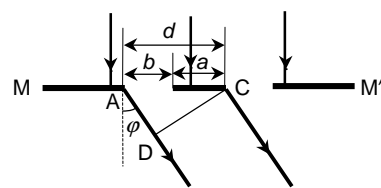
$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right)}{\left( \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right)^2} \cos^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} d \sin \varphi \right).$$

Pirmasis šios formulės daugiklis apibūdina intensyvumo skirstinį ekrane difraguojant šviesai  $b$  pločio plyšyje, o antrasis daugiklis – intensyvumo skirstinį interferuojant šviesos pluošteliams, sklindantiems iš dviejų plyšių. Funkcijos grafikas pavaizduotas 5.2.2.2 pav.

Jei  $d \sin \varphi = m \lambda$  (čia  $m = 0, 1, 2, \dots$ ), susidaro maksimumas, t. y. vieno plyšio poveikį sustiprinama kitas plyšys. Šie maksimumai vadinami *pagrindiniais*.

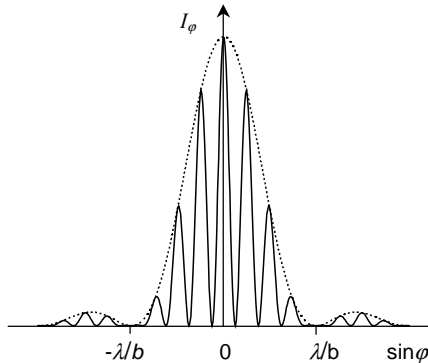
Jei  $d \sin \varphi = (m + 1/2) \lambda$ , susidaro papildomi minimumai, t. y. dviejų plyšių siunčiamos bangos naikina viena kitą.

Difrakcijos dviejuose plyšiuose vaizdą sudaro:



5.2.2.1 pav. Difrakcija dviejuose plyšiuose

$$\begin{array}{ll}
 \text{Pirminiai minimumai} & b \sin \varphi = \lambda, \quad 2\lambda, \quad 3\lambda, \dots \\
 \text{Papildomi minimumai} & d \sin \varphi = \lambda/2, \quad 3\lambda/2, \quad 5\lambda/2, \dots \\
 \text{Pagrindiniai maksimumai} & d \sin \varphi = 0, \quad \lambda, \quad 2\lambda, \quad 3\lambda, \dots
 \end{array}$$



11.5 pav. Intensyvumo skirstinys difraguojant šviesai dviejuose plyšiuose

Taigi susidaro esminis intensyvumo pasiskirstymo pokytis: tarp dviejų pagrindinių maksimumų atsiranda papildomas minimumas.

Atstumas tarp pirminių minimumų, kai šviesa difraguoja viename plyšyje, priklauso nuo plyšio pločio  $b$ , o atstumas tarp papildomų minimumų – nuo  $b$  ir  $d$  dalmens.

Kadangi difrakcinio viename plyšyje vaizdo centrinis

maksimumas gerokai intensyvesnis už antrinius maksimumus, tai difrakciniame dviejų plyšių vaizde centrinio maksimumo srityje, t. y.  $\sin \varphi = \pm \lambda/b$  srityje, susitelkusi beveik visa šviesa.

Jei atstumas tarp plyšių pastovus, o jų plotis mažėja, difrakcinio maksimumo plotis didėja ir tarp jo ribų susidaro daugiau, bet mažesnio intensyvumo juostelių. Kai naudojama baltoji šviesa, centrinis maksimumas yra baltas, o kiti iš kraštų spalvoti.

Difrakcija dviejuose plyšiuose turi svarbią savarankišką reikšmę. Dailinai, žinomas Jungo interferencinis bandymas, kai šviesa difraguoja dviejuose plyšiuose. Šį atvejį naudojo Reilis interferometre, kuriame du interferuojantys spinduliai susidaro dėl difrakcijos dviejuose plyšiuose.

Difrakcijos dviejuose plyšiuose nagrinėjimas yra svarbus astronomijoje, nustatant nutolusių žvaigždžių kampinį skersmenį ir kampinį atstumą tarp dvigubų žvaigždžių. Žvaigždžių skersmens matavimo principas naudojamas taip pat submikroskopinių dalelių matmenų nustatymui, kurių matmenys yra maži ir negalima tiesiogiai išskirti jų mikroskopu.

### 5.2.3. DIFRAKČINĖ GARDELĖ

Difrakcinė gardelė yra difrakcinis elementas, sudarytas iš didelio skaičiaus periodiškai išdėstytų rėžių (griovelių, plyšių, iškilumų) plokščiam arba įgaubtame optiniame paviršiuje. Difrakcinė gardelė naudojama spektriniuose prietaisuose kaip dispersinė sistema, skaidanti elektromagnetinę spinduliuotę į spektrą. Difrakcinės gardelės rėžiai išskaido krintančiosios šviesos bangos frontą į atskirus koherentinius pluoštelių, kurie difragavę rėžiuose interferuoja sukurdami atstojamąjį erdvinį šviesos stiprio pasiskirstymą, t. y. spinduliuotės spektrą.

Difrakcinės gardelės skirstomos į *atspindžio* ir *skaidriąsias* gardeles. Atspindžio gardelėse rėžiai padaryti veidrodžio (metalo) paviršiuje ir atstojamasis interferencinis vaizdas susidaro atsispindint šviesai nuo gardelės. Skaidriosiose gardelėse rėžiai padaryti skaidriame (stiklo) paviršiuje ir interferencinis vaizdas susikuria pereinančioje šviesoje.

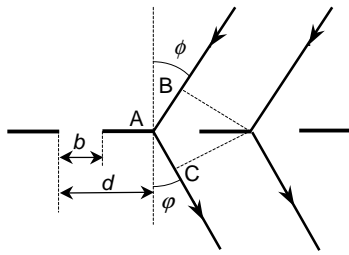
Plokščiosios atspindžio gardelės, kurių rėžiai daromi specialiu deimantiniu rėžtuku, turi tiesius griežtai lygiagrečius vienodos formos rėžius. Rėžio formą lemia rėžtuko briaunos profilis. Tokia difrakcinė gardelė yra periodinė struktūra, kurioje atstumas tarp rėžių  $d$  yra pastovus ir vadinamas *difrakcinės gardelės periodu*.

Yra *amplitudinės* ir *fazinės* difrakcinės gardelės. Amplitudinėse gardelėse periodiškai kinta atspindžio arba praleidimo faktorius, kas iššaukia krintančiosios šviesos bangos amplitudės kaitą. Tokia gardelė yra plyšių sistema neskaidriame ekrane.

Tarkim, kad į plokščiąją difrakcinę gardelę krinta lygiagretus šviesos pluoštelis. Iš visų gardelės rėžių  $N$  sklindantys koherentiniai pluošteliai interferuoja ir erdvinis šviesos intensyvumo pasiskirstymas gali būti išreikštas dviejų funkcijų sandauga:

$$I_{\varphi} = I_N I_g .$$

Funkcija  $I_g$  nusako šviesos difrakciją atskirame rėžyje, o funkcija  $I_N$  – iš gardelės rėžių sklindančių koherentinių  $N$  pluoštelių interferenciją. Ši funkcija susijusi su periodinės gardelės struktūra. Konkrečiam bangos ilgiui  $\lambda$  funkciją  $I_N$  nusako gardelės periodas  $d$ , bendras rėžių skaičius  $N$  ir pluoštelių kritimo  $\phi$  bei difrakcijos  $\varphi$  kampas (5.2.3.1 pav.), bet nepriklauso nuo rėžių formos. Šios funkcijos išraiška yra tokia:

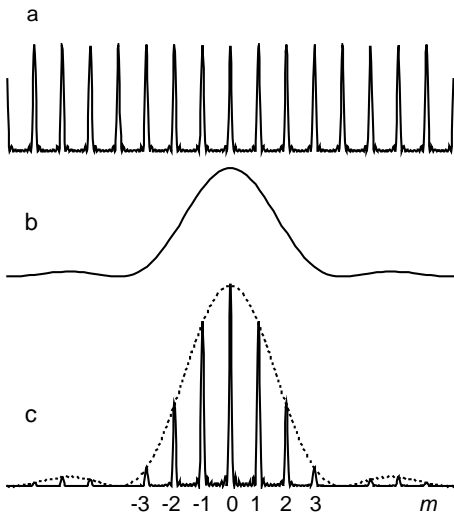


5.2.3.1 pav. Spindulių eiga amplitudinėje plyšinėje difrakcinėje gardelėje

$$I_N = \frac{\sin^2(N\theta)}{\sin^2\theta} ; \quad (5.2.3.2)$$

čia  $\theta = \pi \Delta / \lambda$ , o  $\Delta = d(\sin\phi + \sin\theta)$  yra eigos skirtumas tarp koherentinių lygiagrečių pluoštelių, difragavusių  $\phi$  kampu gretimuosiuose gardelės režiuose ( $\Delta = AB + AC$ ).

$I_N$  yra periodinė funkcija, turinti ryškius stiprius pagrindinius maksimumus ir silpnus antrinius maksimumus (5.2.3.2 a pav.). Tarp gretimų pagrindinių maksimumų yra  $N - 2$  antrinių maksimumų ir  $N - 1$  minimumų. Pagrindinių maksimumų padėtį nusako sąlyga:  $\sin\theta_{\max} \rightarrow 0$ . Tada



5.2.3.2 pav. Difrakcinės gardelės interferencinių funkcijų grafikai

$$\frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta} \rightarrow N$$

ir  $I_N$  vertė yra didžiausia. Todėl  $\theta_{\max} = \pm m\pi$ ; čia  $m = 0, 1, 2, \dots$  – sveikasis skaičius. Tada galioja ši lygybė:

$$\Delta = d(\sin\phi + \sin\theta) = \pm m\lambda, \quad (5.2.3.3)$$

t.y. pagrindiniai maksimumai susidaro tokiomis kryptimis, kuriomis eigos skirtumas tarp gretimų koherentinių pluoštelių yra lygus sveikajam bangos ilgių skaičiui. Visų pagrindinių maksimumų intensyvumas yra vienodas ir proporcingas  $N^2$ , o antrinių maksimumų intensyvumas yra mažas ir neviršija  $1/23$  pagrindinio.

Įvertinsime pagrindinių maksimumų kampinį plotį.

Papildomojo minimumo sukūrimui reikia, kad dviejų gretimųjų spindulių eigos skirtumas  $d(\sin\phi + \sin\theta)$  skirtųsi dydžiu  $\lambda/N$ . Atitinkamai dviejų gretimųjų spindulių fazės skirsis dydžiu  $2\pi/N$ , t. y. tuo mažiau, kuo didesnis plyšių skaičius  $N$ . Kadangi fazių skirtumas lygus  $d(\sin\phi + \sin\theta)2\pi/\lambda$ , tai pokytis  $\delta\phi$  (kampinis plotis), nusakantis reikiamo fazių skirtumo  $2\pi/N$  susidarymą, nusakomas iš sąlygos:

$$\delta \left( \frac{2\pi}{\lambda} d (\sin\phi + \sin\varphi) \right) = \frac{2\pi}{N};$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} d \cos\varphi \delta\varphi = \frac{2\pi}{N}.$$

Iš čia

$$\delta\varphi = \frac{1}{N} \frac{\lambda}{d \cos\varphi}.$$

Taigi didėjant režių skaičiui  $N$  ženkliai mažėja pagrindinių maksimumų plotis ir perėjimas nuo maksimumo prie minimumo vyksta griežčiau. Kai  $N$  didelis, maksimumų kampinis plotis menkas – maždaug  $N$  kartų mažesnis už kampinį atstumą tarp gretimųjų pagrindinių maksimumų.

Iš (5.2.3.3) išraiškos, kuri vadinama *gardelės lygtimi*, išplaukia, kad esant tam tikram spindulių kritimo kampui  $\phi$  **pagrindinio maksimumo kryptis  $\varphi_{\max}$  priklauso nuo bangos ilgio  $\lambda$** . Tai reiškia, kad difrakcinė gardelė skirtingų bangos ilgių spinduliuotę suskaido erdvėje. Jei gardelėje difragavusią spinduliuotę nukreipti į objektyvą, jo židinio plokštumoje susidaro spektras. Kai  $m \neq 0$ , susidaro keletas spektrų kiekvienai  $m$  vertei atskirai. Dydis  $m$  yra spektro eilė. Nulinėje eilėje ( $m = 0$ ) spektras nesusidaro, nes (5.2.3.3) sąlyga tenkinama bet kokiems bangos ilgiams (visų bangos ilgių pagrindinių maksimumų vieta sutampa). Kai  $m = 0$ , taip pat išplaukia, kad  $\varphi_0 = -\phi$ , t. y. nulinės eilės maksimumo kryptį lemia veidrodinis atspindys nuo gardelės paviršiaus; krintantis ir difragavęs nulinės eilės šviesos pluošteliai yra simetriški atžvilgiu statmens į gardelę. Į abi puses nuo nulinės eilės maksimumo išsidėstę  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$  ir t. t. eilių maksimumai ir spektrai.

Funkcija  $I_g$ , lemianti atstojamąjį intensyvumo pasiskirstymą spektre, apibūdina šviesos difrakciją atskirame režyje. Ji priklauso nuo dydžių  $d$ ,  $\lambda$ ,  $\phi$  ir  $\varphi$ , taip pat nuo režio formos (jo profilio). Skaičiavimai, įskaitantys Hiui-zenso ir Frenelio principą, pateikia tokią funkcijos  $I_g$  išraišką:

$$I_g = E_0^2 \int \exp[ik(x\delta + y\mu)] dl \int \exp[-ik(x\delta + y\mu)] dl; \quad (5.2.3.4)$$

čia  $E_0$  – krintančiosios bangos amplitudė,  $k = 2\pi/\lambda$  – bangų skaičius,  $\delta = \cos\phi + \cos\varphi$ ,  $\mu = \sin\phi + \sin\varphi$ ,  $x$  ir  $y$  – taškų koordinatės režio profilyje.

Kai amplitudinė plokščioji gardelė sudaryta iš siaurų plyšių neskaidriame ekrane arba siaurų atspindinčių juostelių plokštumoje, tada funkcijos  $I_g$  pavidalas toks:

$$I_g = E_0^2 b^2 \frac{\sin^2 u}{u^2}; \quad (5.2.3.5)$$

čia  $u = \frac{b\pi}{\lambda}(\sin\phi + \sin\varphi)$ ,  $b$  – plyšio (arba atspindinčios juostelės) plotis.

(5.2.3.1) išraiška nusako difrakcinį intensyvumo pasiskirstymą Fraunhoferio difrakcijoje  $b$  pločio plyšyje. Jos grafikas pateiktas 5.2.3.2 b pav. Pagrindinio difrakcijos maksimumo kryptis nustatoma iš sąlygos:

$$u = \frac{b\pi}{\lambda}(\sin\phi + \sin\varphi) = 0 \quad \text{arba} \quad (\sin\phi + \sin\varphi) = 0. \quad (5.2.3.6)$$

Iš čia  $\varphi_0 = -\phi$ , t. y. ši kryptis atitinka veidrodinio atspindžio nuo difrakcinės gardelės plokštumos kampą.

Taigi pagrindinio difrakcijos maksimumo kryptis sutampa su nulinės eilės spektro kryptimi.

(5.2.3.1) išraiška, nusakanti šviesos intensyvumo pasiskirstymą plokščiajai amplitudinei difrakcinei gardelei, gali būti užrašyta taip:

$$I_\varphi = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \right)^2; \quad (5.2.3.7)$$

čia  $\alpha = \frac{b\pi}{\lambda}(\sin\phi + \sin\varphi)$ ,  $\beta = \frac{d\pi}{\lambda}(\sin\phi + \sin\varphi)$ ,  $I_0$  – nedifragavusio šviesos srauto intensyvumas.

Panagrinėsime kaip keičiasi narys  $\frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2\beta}$  priklausomai nuo difrakcijos kampo. Kai eigos skirtumas tarp dviejų gretimųjų režimų skleidžiamųjų bangų  $d(\sin\phi + \sin\varphi) = 0$ , tai  $\beta = m\pi$  ir  $\sin\beta = 0$ . Tada

$$(I_\varphi)_{\max} = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 N^2.$$

Taigi tenkinant maksimumo sąlygą (5.2.3.3), šviesos intensyvumas  $N$  plyšių sistemoje padidėja  $N^2$  kartų. Tai yra tiesioginis difrakcijoje vykstančios interferencijos rezultatas.

Jei plyšiai būtų išsidėstę netvarkingai, interferencija nepasireikštų ir suminis intensyvumas būtų proporcingas plyšių skaičiui.

(5.2.3.7) išraišką panagrinėsime ir kitu aspektu.

Kadangi  $\alpha = \frac{b\pi}{\lambda} (\sin\phi + \sin\varphi)$  ir  $d(\sin\phi + \sin\varphi) = m\lambda$ , tai  $\alpha = \pi mb/d$

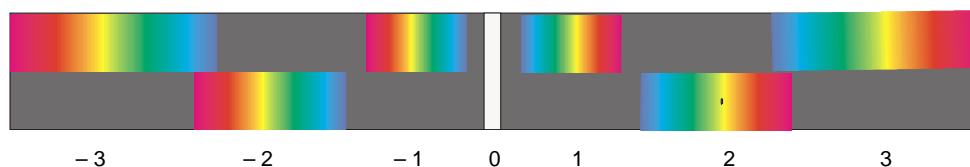
ir  $m$ -tojo pagrindinio maksimumo intensyvumas

$$I_m = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi mb/d)}{\pi^2 b^2} \frac{1}{m^2}$$

mažėja didėjant difrakcijos eilei ( $1/m^2$ ).

Didžiausia abiejų funkcijų sandaugos  $I_N I_g$  vertė, kartu ir didžiausias intensyvumas, yra nulinės eilės spektro. Kitų spektro eilių ( $m \neq 0$ ) intensyvumas yra atitinkamai mažesnis (12.2 c pav.). Taigi amplitudines difrakcines gardeles spektriniuose prietaisuose naudoti nenaudinga, nes didžioji į difrakcinę gardelę krentančios šviesos energijos dalis nukreipiama į nulinę eilę, kur nėra skleidimo į spektrą, o kitų eilių spektro intensyvumas yra menkas.

Taigi esant dideliame rėžių skaičiui, perėjusi gardelę šviesa susirenka atskirose siaurose ekrano srityse. Šių sričių vieta, nusakoma formule  $d(\sin\phi + \sin\varphi) = m\lambda$ , priklauso nuo bangos ilgio. Jei gardelė apšviesta baltąja šviesa, maksimumų kryptis įvairioms bangoms bus skirtinga, t. y. baltąji šviesa išskaidoma į spektrą. Kuo mažesnis bangos ilgis, tuo mažesniau difrakcijos kampui atitinka maksimumo padėtis. Vidinis spektro kraštas violetinis, o išorinis – raudonas. Aukštesniųjų eilių spektrai išsidėsto simetriškai nulinio spektro atžvilgiu į abi puses (5.2.3.4 pav.). Didėjant  $m$ , atstumai tarp atitinkamų linijų didėja, t. y. didėja dispersija. Aukštesniųjų eilių spektrai gali persidengti.



5.2.3.4 pav. Įvairių spektro eilių išsidėstymas

Pagrindines difrakcinės gardelės charakteristikas – kampinę dispersiją  $d\varphi/d\lambda$  ir skiriamąją gebą  $R = \lambda/\delta\lambda$  – nusako tik funkcijos  $I_N$  savybės

Difrakcinės gardelės *kampinė dispersija*, apibūdinanti skirtingų bangos ilgių spindulių erdvinio išskleidimo didumą, išreiškiama taip:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi}.$$

Konkrečią spektro eilę  $m$  atitinkanti kampinė dispersija tuo didesnė, kuo mažesnis gardelės periodas. Be to ji didėja didėjant difrakcijos kampui  $\varphi$ . Tam tikro režio profilio gardele galima sutelkti energiją didesnėmis difrakcijos kryptimis  $\varphi$ . Taigi galima pagaminti didelio šviesumo spektrinius prietaisus, pasižyminčius didele kampine dispersija.

Difrakcinės gardelės *skiriamoji geba*  $R = \lambda / \delta\lambda$ ; čia *skyra*  $\delta\lambda$  yra mažiausias skirtumas tarp dviejų vienodo intensyvumo monochromatinių bangų ( $\lambda$  ir  $\lambda + \delta\lambda$ ), kurias spektre dar galima atskirti. Difrakcinės gardelės skiriamoji geba

$$R = m N = L (\sin \phi + \sin \varphi) / \lambda ; \quad (5.2.3.8)$$

čia  $L = N d$  – visos difrakcinės gardelės režinės dalies plotis.

Iš (5.2.3.8) išraiškos išplaukia, kad esant konkrečioms kampams  $\phi$  ir  $\varphi$  skiriamąją gebą galima padidinti tik didinant gardelės matmenis. Skiriamoji geba didėja didėjant difrakcijos kampui  $\varphi$ , tačiau lėčiau už kampinę dispersiją  $d\varphi/d\lambda$ . Skiriamąją gebą ir kampinę dispersiją sieja šis sąryšis:

$$R = D_{\varphi} d\varphi/d\lambda;$$

čia  $D_{\varphi} = L \cos \varphi$  – gardelėje  $\varphi$  kampu difragavusio lygiagretaus pluošto plotis.

Kiekvienai  $d$  periodo gardelei yra ribinis bangos ilgis  $\lambda_{\max}$ , kuriam gaunamas nenulinis eilės spektras. Jis nustatomas iš pagrindinės gardelės lygties, kai  $m = 1$ ,  $\phi = \varphi = 90^{\circ}$ . Tada  $\lambda_{\max} = 2d$ .

Išnagrinėtoji gardelė vadinama amplitudine, nes pereinant šviesai gardele, sudarytą iš pasikartojančių skaidrių ir neskaidrių reželių, susidaro periodinis krintančiosios bangos amplitudės kitimas.

Tokias gardeles pirmą kartą pagamino XIX a. pradžioje Fraunhoferis. Tai buvo didelis plonų laidelių skaičius (apie 140/cm), kurie ištempti lygiagrečiai vienas su kitu vienodais atstumais. Tarpai tarp jų suprantami kaip plyšiai. Vėliau Fraunhoferis padarė gardelę raižydamas stiklo plokštelę.

#### 5.2.4. FAZINĖS DIFRAKČINĖS GARDELĖS. EŠELETAI

Labai svarbus praktinis difrakcinių gardelių patobulinimas buvo Reilo nurodytas ir Vudo (*Wood*) įgyvendintas energijos pasiskirstymo spektre pakeitimas, grindžiamas papildomo eigos skirtumo įvedimu kiekvieno gardelės režio ribose. Tam gardelė graviruojama taip, kad kiekvienas režis yra tam tikro profilio (profiluotas režis). Dėl to šviesai atsispindint (arba perei-



nant) susidaro papildomas eigos skirtumas nuo vieno režio krašto iki kito (5.2.4.1 pav.). Parenkant režio profilį, galima sutelkti energiją vienoje arba kitoje spektro eilėje, susilpninant kitose, tame tarpe ir nulinėje, eilėse. Tokios gardelės, vadinamos *fazinėmis difrakcinėmis gardelėmis*, skiriasi nuo amplitudinių savo sugebėjimu keisti bangos fazę.

Teoriniu požiūriu galima nagrinėti arba tik amplitudines, arba tik fazines gardeles. Realiosios difrakcinės gardelės, pagamintos darant režius stiklo arba metalo paviršiuje, vienu metu keičia amplitudę ir fazę. Tai susiję su tuo, kad norimo režio profilio padarymas yra labai sunki užduotis, nes yra dideli reikalavimai tiksliam režių išdėstymui.

Šiuolaikinė difrakcinė gardelė – tai režių sistema, kurioje praktiškai nėra plokščių tarpelių. Stiklo arba metalo paviršiuje padaryta didžiulis specialaus profilio režių skaičius (iki 2400/mm). Dėl to, kad krintančiosios plokščiosios bangos paviršius įvairias režio vietas pasiekia skirtingais laiko momentais, fazės atsilieka. Šis vėlavimas veikia difrakcinio vaizdo apskaičiavimą taip, kad funkciją  $(\sin\alpha)/\alpha$  reikia pakeisti kita, gerokai sudėtingesne ir priklausančia nuo režio geometrijos. Atitinkamai pasikeičia ir intensyvumų pasiskirstymas tarp pagrindinių maksimumų.

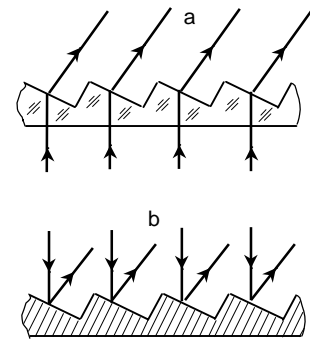
Antrasis narys  $[\sin(N\beta)/\sin\beta]$ , nusakantis difragavusiųjų pluoštelių sąveiką, praktiškai lieka nepakitęs.

Bendrajame pavidale galima užrašyti taip:

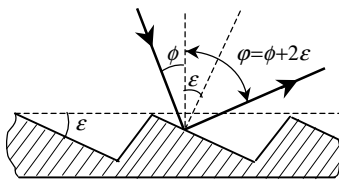
$$A_\varphi = A_0 F(b, \lambda, \varphi) \frac{\sin(N\beta)}{\sin\beta};$$

čia  $F(b, \lambda, \varphi)$  – funkcija, įskaitanti režio plotį  $b$ , bangos ilgį  $\lambda$  ir difrakcijos kampą  $\varphi$  ir nusakanti režio ypatumus (jo profilį, atspindžio arba praleidimo gebą). Specialiai parinkus funkcijos  $F$  išraišką, galima sutelkti energiją atskirų eilių spektruose.

Atspindžio laiptinio profilio difrakcinės gardelės dar vadinamos *sutelkiančiomis* arba *spindinčiomis*. Tai susiję su tuo, kad atspindžio gardelėms didžiausias difragavusios šviesos intensyvumas susidaro kryptimi spindulio, veidrodžiškai atsispindėjusio ne nuo gardelės paviršiaus, o nuo režio plokštumų. Tai reiškia, kad krintant šviesai į difrakcinę gardelę  $\phi$  kampu



5.2.4.1 pav. Fazinės gardelės (a – praleidžiančioji, b – atspindinčioji)



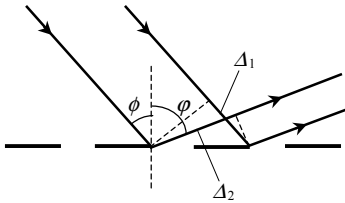
5.2.4.2 pav. Spindžio kampas atspindžio difrakcinėje gardelėje

(5.2.4.2 pav.), difragavusios šviesos maksimumas susidaro „spindžio kampu“  $\varphi = \phi + 2\varepsilon$ ; čia  $\varepsilon$  – kampas tarp darbinio režio briaunos ir gardelės paviršiaus. Keičiant režio briaunos kampą  $\varepsilon$ , galima sutaptinti funkcijos  $I_g$  maksimumo centrą su bet kuriuo funkcijos  $I_N$  pagrindiniu norimos eilės  $m \neq 0$  interferencijos maksimumu. Tokio sutapdinimo sąlyga yra tokia: kampas  $\phi$  ir  $\varphi_{\max}$  turi vienu metu tenkinti šiuos sąryšius:

$$d(\sin\phi + \sin\varphi_{\max}) = m\lambda \quad \text{ir} \quad \varphi_{\max} - \phi = 2\varepsilon.$$

Nusakysime eigos skirtumą tarp gretimųjų šviesos pluoštelių atspindžio gardelėje (5.2.4.3 pav.).

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = d \sin\varphi - d \sin\phi.$$



5.2.4.3 pav. Įstrižas spindulių kritimas į difrakcinę gardelę

Interferavę šviesos pluošteliai sudaro maksimumą, kai eigos skirtumas lygus lygiam pusbangių skaičiui:

$$\Delta = d(\sin\varphi - \sin\phi) = m\lambda.$$

Išskleidus gaunama:

$$2d \sin \frac{\varphi - \phi}{2} \cos \frac{\varphi + \phi}{2} = m\lambda.$$

Praktikoje dažnai naudojamose autokolimacinėse schemose  $\phi$  ir  $\varphi$  kampai maži. Tada  $\cos[(\varphi + \phi)/2] \approx 1$ , o  $\varphi - \phi = 2\varepsilon$  ir gardelės lygtis atrodo taip:

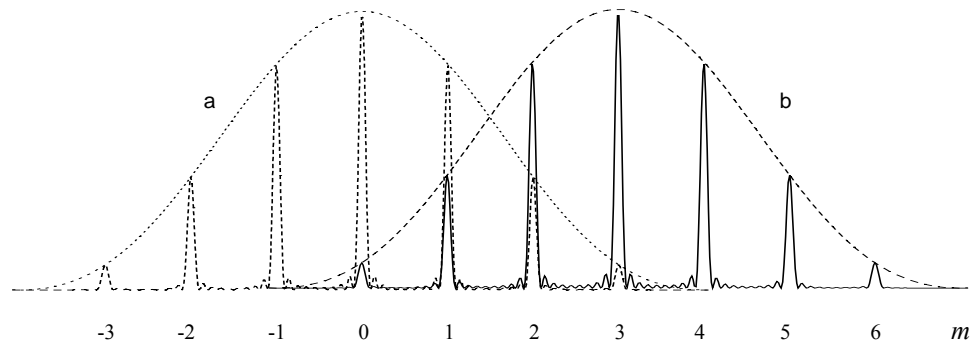
$$2d \sin\varepsilon = m\lambda.$$

Iš šios išraiškos galima nusakyti tą spektro eilę, kurioje turėtų būti didžiausias intensyvumas:

$$m = \frac{2d \sin\varepsilon}{\lambda}.$$

Dabar intensyvumo pasiskirstymas pagrindiniuose maksimumuose lyg pasislenka atžvilgiu pasiskirstymo, kuris nusakomas funkcija  $[(\sin\alpha)/\alpha]^2$  ir bus didžiausias, kai  $m = 0$ . Pvz., jei  $\varepsilon$  vertė tenkina sąlygą  $(2d \sin\varepsilon)/\lambda = 3$ , didžiausias bangos ilgio  $\lambda$  spinduliuotės intensyvumas pasislenka į trečiąją eilę, kur intensyvumas amplitudinės gardelės atveju kai  $d/b = 3$  yra nedide-

lis (5.2.4.4 pav.). Taigi keičiant kampo  $\varepsilon$  vertę, galima sutelkti šviesą norimoje eilėje.



5.2.4.4 pav. Intensyvumo skirstiniai  
amplitudinei gardelei (a) ir profiliuoto rėžio atspindžio gardelei (b)

Fazinės difrakcinės gardelės, kurių rėžių profilis yra trikampis, sutelkiančios didžiąją krintančiosios į gardelę šviesos srauto dalį (iki 80%) nenulinėje spektro eilėje, vadinamos *ešeletais*.

Difrakcinės gardelės gaminamos, kaip taisyklė, raižant deimantiniu rėztuku minkšto metalo paviršių. Gardelės pagrindas yra stiklo plokštelė, nupoliruota  $1/10 \lambda$  tikslumu. Ant plokštelės užgarinama chromo ir ant jo aliuminio sluoksniu. Raižomas aliuminio paviršius. Rėžio profilį ir jo atspindžio paviršiaus polinkį lemia rėztuko užgalandinimas ir deimanto padėtis.

Idealios difrakcinės gardelės visų rėžių gylis ir forma turi būti vienodas, atstumai tarp jų taip pat vienodi. Realiai šių reikalavimų tenkinti neįmanoma. Todėl realios gardelės turi tam tikrus defektus. Labiausiai paplitusi defektų pasekmė – netikros linijos, atsirandančios simetriškai apie kiekvieną intensyvią spektrinę liniją. Tai vadinamos *Roulendo* (Rewland) *šmėklos*. Geroje gardelėse šių šmėklų ryškis yra nedidesnis – 0,01 % pagrindinės linijos ryškio.

Apart plokščiųjų atspindžio gardelių plačiai naudojamos įgaubtosios difrakcinės gardelės, kuriose sutapdinamos įgaubtojo sferinio veidrodžio savybės su dispersinėmis gardelės savybėmis. Tai supaprastina spektrinio prietaiso schemą, nes nereikia naudoti atskiros fokusuojančios optikos. Gaunama vadinama Roulendo sistema.

Įgaubtose gardelėse, skirtingai nuo plokščiųjų, pasireiškia astigmatizmas, kuris menkina spektrinius parametrus. Astigmatizmą galima pašalinti,

jei režius daryti ant asferinio (pvz., toroidinio) įgaubto paviršiaus arba gardelę suraižyti nevienodais, o kintančiais tam tikru dėsningumu, atstumais tarp režių.

Atspindžio metalinės gardelės (ešeletai) keičia krintančiosios į ją šviesos poliarizaciją. Tą lemia skirtingas atspindžio faktorius bangoms, kurių elektrinis vektorius nukreiptas palei režius ir jiems statmenas.

Plokščiosiose difrakcinėse gardelės yra apie  $10^5$  režių. Tokios gardelės naudojamos pirmojoje, antrojoje arba trečiojoje eilėje. Jei profiliuotu režiu gardele blyksnio linkme matomi ( $5 \div 10$ ) eilės spektrai, tokios gardelės vadinamos *ešeletais*, o jei intensyviausias spektras susidaro labai aukštose eilėse (iki 100), vadinamos *ešele*.

Plokščiosios difrakcinės gardelės – ešeletai taip pat naudojamos vietoj vieno veidrodžio keičiamo generacijos dažnio lazerių rezonatoriuose.

Skirtingose spektro eilėse naudojamos difrakcinės gardelės su skirtingais periodais, kartu ir skirtingu režių skaičiumi milimetrui: UV srityje – ( $3600 \div 1200$ ) režių/mm, regimoje srityje – ( $1200 \div 600$ ) režių/mm, IR srityje – ( $300 \div 1$ ) režių/mm.

Tiesioginė difrakcinių gardelių gamyba yra labai brangi, nes reikia naudoti sudėtingas ir brangias raižymo mašinas. Padėtis pakito, kai buvo patobulinti difrakcinių gardelių kopijų (*replikų*) gavimo metodai. Iš vienos gardelės (originalo) galima pagaminti iki šimto plastmasinių kokybiškų kopijų.

Įdomu pabrėžti, kad replikų kokybė kartais yra didesnė už originalą. Tai aiškinama tuo, kad plastmasė blogai perteikia mažus režio defektus ir jis replikoje yra „glotnesnis“ nei buvo originale. Po pagaminimo plastmasinės kopijos dengiamos atspindinčiu metalo sluoksniu.

### 5.3. DIFRAKCIJA ERDVINĖSE STRUKTŪROSE

#### 5.3.1. DIFRAKCIJA DAUGIAMATĖJE GARDELĖJE

Anksčiau buvo nagrinėtas vienmatis uždavinys apie plokščiosios bangos difrakciją taisyklingoje sistemoje su daugeliu plyšių. Didelį susidomėjimą ir praktinę vertę turi difrakcija erdvinėje struktūroje, kuri gali būti sistema su netvarkingai arba periodiškai išsidėsčiusiais netolygumais. Čia banga sklinda jau ne vienalytėje terpėje, o terpėje, kurioje yra sričių su skirtingais bangos greičiais, t. y. skirtingo lūžio rodiklio sritys.

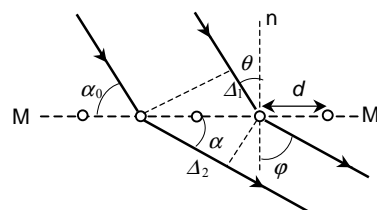
Jei terpė vienalytė, t. y. lūžio rodiklis visur vienodas, šviesos banga joje sklinda nepakeisdama krypties. Jei kuriuo nors būdu vienalytiškumas pažeidžiamas, t. y. terpėje susidaro bangos ilgio eilė skirtingo lūžio rodiklio sritys, tai tokiuose nevienalytiškumuose pasireiškia difrakcijos reiškiniai ir dalis šviesos nukrypsta nuo pradinės linkmės. Tokie reiškiniai dažnai matomi gamtoje. Tai visų pirma šviesos sklidimas rūke, difrakcija smulkiuose vandens lašeliuose, dėl ko matoma vaivorykštė, žiedai apie Saulę bei Mėnulį.

Difrakcija erdviniuose nevienalytiškumuose gerai matoma tada, kai jų skaičius pakankamai didelis, o matmenys maži. Tokia terpė vadinama drumsta, o difrakcijos reiškinys – *šviesos sklaida*.

Regimajai šviesai terpės molekulės nesudaro nevienalytiškumo, nes jų matmenys gerokai mažesni už bangos ilgį. Nevienalytiškumą čia sudaro atsitiktiniai molekulių susikaupimai. Tačiau labai trumpoms bangoms (pvz., rentgeno) pati molekulė jau sudaro terpės nevienalytiškumą ir gaunama rentgeno bangų difrakcija.

Difrakcija laisvos formos erdviniuose nevienalytiškumuose yra sudėtingas reiškinys. Apsiribosime paprastesniu atveju, kai nevienalytiškumai yra taisyklingo periodinio pobūdžio, t. y. struktūra, kuri vadinama gardele. Šis periodiškumas bendruoju atveju yra erdvinis. Taigi galima nagrinėti vienmates, dvi- ir trimates gardeles.

**Tiesinė vienmatė gardelė.** Tarkim, kad yra eilė vienodų sklaidančiųjų centrų palei  $MM'$  atstumu  $d$  vienas nuo kito (5.3.1.1 pav.).  $\theta$  kampu krinta lygiagrečių koherentinių spindulių pluoštelis. Iš visų išsklaidytųjų spindulių nagrinėsime tuos, kurie yra brėžinio plokštumoje ir sudaro kampą  $\varphi$  su normale  $n$  į gardelės paviršių.



5.3.1.1 pav. Difrakcija tiesinėje gardelėje

Eigos skirtumas tarp gretimųjų spindulių pluoštelių

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = d \sin \theta - d \sin \varphi.$$

Kai eigos skirtumas  $\Delta$  lygus sveikajam bangos ilgių skaičiui, susidaro, kaip žinoma, pagrindiniai maksimumai:

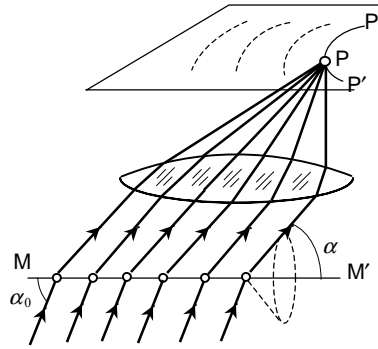
$$d (\sin \theta - \sin \varphi) = m_1 \lambda_1 ;$$

čia  $m_1 = 0, 1, 2, \dots$

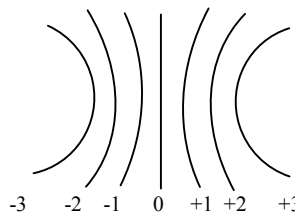
Naudojant papildomuosius kampus  $\alpha_0$  ir  $\alpha$ , išreiškiama taip:

$$d (\cos \alpha_0 - \cos \alpha) = m_1 \lambda \quad (5.3.1.1)$$

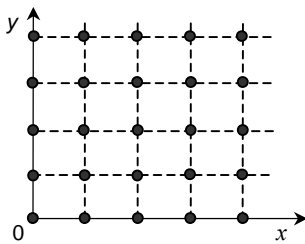
Pastoviai kampo  $\alpha$  vertei atitinka spindulių visuma, kurie yra lygiagretūs su  $MM'$  ašies kūgio sudaromąja; kūgio kampas viršūnėje  $\alpha$  (5.3.1.2 pav.). Šie spinduliai, tenkinantieji (5.3.1.1) sąlygą, stiprina vienas kitą ir ekrane susidaro šviesi dėmė P. Spinduliai, lygiagretūs su kita kūgio sudaromąja, sukuria kitą šviesią dėmę ir ekrane atsiranda šviesi juostelė  $P'PP''$ . Skirtingoms  $m_1$  vertėms atitinka skirtingos  $\alpha$  vertės ir skirtingi kūgiai. Lęšio židinio plokštumoje susidaro juostelių sistema – hiperbolės (5.3.1.3 pav.), jei lęšis lygiagretus su  $MM'$ . Centre susidaro nulinės eilės juostelė (tiesė), kai  $\alpha_0 = \pi/2$ . Jei sklaidančiųjų centrų yra daug, interferuojančiųjų pluoštelių bus irgi daug ir juostelės tampa labai ryškios.



5.3.1.2 pav. Bangų difrakcija tiesinėje gardelėje



5.3.1.3 pav. Tiesinėje gardelėje difragavusių spindulių hiperbolės

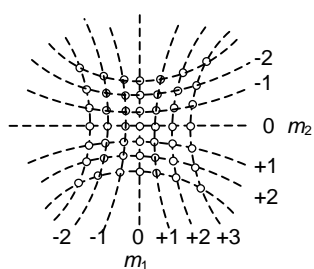


5.3.1.4 pav. Dvimatė difrakcinė gardelė

**Dvimatė gardelė.** Panagrinėsime difrakcinę gardelę, kurioje sklaidantieji centrai yra kvadratinės gardelės mazguose. Tai savotiškos dvi tiesinės gardelės, dengiančios viena kitą. Tarkim, kad gardelių periodai  $d$  yra vienodi (5.3.1.4 pav.) ir į jas krinta lygiagrečiųjų spindulių pluoštelis, sudarantis su  $x$  ir  $y$  ašimis kampus  $\alpha_0$  ir  $\beta_0$ . Tada centrų išsklaidytos bangos lęšio židinio plokštumoje sukuria maksimumus tomis linkmėmis, kurioms tenkinamos tokios sąlygos:

$$\left. \begin{aligned} d (\cos \alpha_0 - \cos \alpha) &= m_1 \lambda ; \\ d (\cos \beta_0 - \cos \beta) &= m_2 \lambda . \end{aligned} \right\} \quad (5.3.1.2)$$

Kiekvienai šių sąlygų atitinka sava hiperbolių sistema (5.3.1.5 pav.). Tačiau (5.3.1.2) sąlygos vienu metu tenkinamos tik hiperbolių susikirtimo taškuose, t. y. kai šviesa monochromatinė, difrakcinis vaizdas sudarytas iš šviesių dėmelių sistemos. Kai banga nemonochromatinė, kiekviena dėmelė



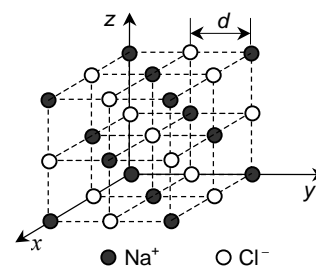
5.3.1.5 pav. Schematinis intensyvumo pasiskirstymas, difraguojant dvimatėje gardelėje

ištįsta į spektrą. Skirtingoms  $m_1$  ir  $m_2$  vėrtėms atitinka skirtingų eilių spektrai.

Jei dvi tiesinių gardelių sistemos tarpusavyje nstatmenos, o sudaro kažkokį kampą, maksimumų padėtys priklauso nuo šio kampo. Iš to išplaukia, kad pagal maksimumų išsidėstymą galima nusakyti paviršiaus struktūrą, kurioje vyksta šviesos bangos difrakcija. Jei paviršiaus struktūra neperiodinė, vaizdas bus sudėtingesnis. Pavyz-

džiui, jei struktūra sudaryta iš artimų savo forma ir matmenimis dalelių, ji ekvivalenti paprastųjų įvairių orientacijų gardelių visumai, ir difrakcinis vaizdas bus bendracentriniai apskritimai. Tokie reiškiniai lengvai stebimi žiūrint į ryškų spinduolį pro apdulktą stiklo plokštelę arba pro lengvai apšalusį lango stiklą. Reiškia, yra galimybė eksperimentiškai atskirti tvarkingą difraguojančiųjų elementų išsidėstymą nuo netvarkingojo. Maža to, detalus simetrijos tyrimas ir intensyvumo įvertinimas difrakciniame vaizde leidžia nusakyti tokių dalelių išsidėstymo plokštumoje pobūdį.

**Trimatė gardelė.** Paprasčiausias atvejis bus tada, kai sklaidos centrai išsidėstę kristalo kubinės gardelės mazguose (pvz., NaCl, 5.3.1.6 pav.). Tokią gardelę galima suskirstyti į trijų tiesinių gardelių sistemą, kurių periodai  $d$ , lygiagretūs su  $x$ ,  $y$  ir  $z$  ašimis. Krintantį spindulį nusakysime kampais  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  ir  $\gamma_0$ , o difragavusį –  $\alpha$ ,  $\beta$  ir  $\gamma$ . Tada maksimumų susidarymo sąlygos užrašomos taip:



5.3.1.6 pav. Trimatė difrakcinė gardelė (NaCl kristalas)

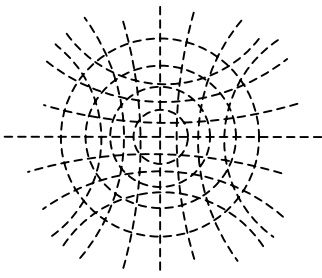
$$\left. \begin{aligned} d(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) &= m_1\lambda; \\ d(\cos\beta_0 - \cos\beta) &= m_2\lambda; \\ d(\cos\gamma_0 - \cos\gamma) &= m_3\lambda. \end{aligned} \right\} (5.3.1.3)$$

Čia dar turi galioti geometrinės sąlygos:

$$\left. \begin{aligned} \cos^2\alpha_0 + \cos^2\beta_0 + \cos^2\gamma_0 &= 1; \\ \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma &= 1. \end{aligned} \right\} (5.3.1.4)$$

Šias sąlygas tenkinti vienu metu labai sunku.

Tarkim, kad krintančiosios plokščiosios bangos normalė nukreipta palei  $z$  ašį, o ekranas pastatytas statmenai šiai ašiai. Tada lygiagrečių su  $z$  ašimi tiesinių gardelių sukuriama maksimumai išsidėsto kūgių paviršiuose,



5.3.1.6 pav. Difrakcinis vaizdas su trimate gardele

kurie ekrane sudaro apskritimų sistemą. Kiekvienas apskritimas atitinka tam tikrą bangos ilgį ir tam tikrą skaičių  $m_3$ . Interferencinių juostelių išsidėstymas ekrane trimatės gardelės atveju pavaizduotas 5.3.1.6 pav. Kad būtų tenkinamos (5.3.1.3) ir (5.3.1.4) sąlygos konkrečiam bangos ilgiui reikia, kad apskritimai eitų per hiperbolių susikirtimo taškus. Tai mažai tikima. Tačiau apšvietus ištisinio spektro

spinduoliu (baltąja šviesa) visada atsiras tinkamas bangos ilgis, tenkinantis difrakcijos sąlygas. Norint išreikšti tokį bangos ilgį, (5.3.1.3) lygčių sistema užrašoma taip:

$$\left. \begin{aligned} \cos\alpha_0 - m_1\lambda/d &= \cos\alpha; \\ \cos\beta_0 - m_2\lambda/d &= \cos\beta; \\ \cos\gamma_0 - m_3\lambda/d &= \cos\gamma. \end{aligned} \right\}$$

Pakėlus kvadratu ir panaudojus (5.3.1.4), užrašoma:

$$\lambda = 2d \frac{m_1 \cos\alpha_0 + m_2 \cos\beta_0 + m_3 \cos\gamma_0}{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}. \quad (5.3.1.5)$$

Ši išraiška nusako reikalingą bangos ilgį, kad nagrinėjamojoje erdvinėje struktūroje konkrečiai krintančiosios bangos kryptys ( $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  ir  $\gamma_0$ ) susidarytų aiškūs difrakciniai maksimumai, kurių kryptys nusakomi kampais  $\alpha$ ,  $\beta$  ir  $\gamma$ .

Taigi, jei vienmatė taisyklinga struktūra apšviečiama baltąja šviesa, susidaro maksimumai kiekvienam bangos ilgiui (spektras). Jei lygiagretus baltosios šviesos pluoštelis krinta į dvimatę difrakcinę gardelę, susidaro maksimumai visiems bangos ilgiams ir išsidėsto tam tikra tvarka plokštumoje, lygiagrečioje su gardelės plokštuma (spalvotos dėmelės). Jei visų bangos ilgių šviesa nukreipiama į periodinę trimatę struktūrą, tai maksimumai susidaro tik kai kuriems bangos ilgiams, tenkinantiems (5.3.1.5) sąlygą. Šiuo atveju trimatė gardelė veikia kaip siaurajuostis filtras.

Tiesinė difrakcinė gardelė sukuria difrakcinius maksimumus tada, kai  $\lambda < 2d$ . Priešingu atveju jokiems  $\alpha_0$  ir  $\alpha$  vertėms nebus tenkinama (5.3.1.1) sąlyga. Analogiškos sąlygos turi būti tenkinamos dvimatei ir trimatei gardelei. Jei gardelės periodas gerokai didesnis už bangos ilgį ( $d \gg \lambda$ ), difrakcijos sąlygos bus tenkinamos aukštomis eilėms  $m$  ir tokius maksimumus pamatyti sunku. Iš to išplaukia, kad difrakcija erdvinėse gardelėse matoma, jei



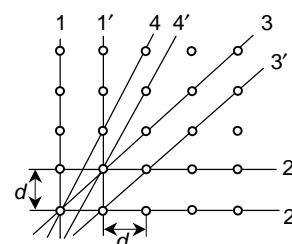
jos periodas yra kelių bangos ilgių eilės. Tokių gardelių ( $d \approx 10^{-4}$  cm) techninė gamyba regimajai šviesai yra labai sudėtinga. Panašią erdvinę struktūrą galima sukurti ultragarso bangomis skysčiuose arba dujose. Be to, gamtoje yra natūraliosios tokios erdvinės gardelės (kristalai), kurių  $d \approx 10^{-8}$  cm, tačiau elektromagnetinių bangų difrakciją galima matyti tik tokio pat ilgio eilės bangoms (pvz., rentgeno bangomis).

### 5.3.2. RENTGENO SPINDULIŲ DIFRAKCIJA

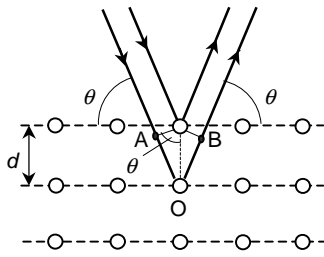
Rentgeno spinduliuotė yra gerokai trumpesnių (apie 0,1 nm) nei regimosios spinduliuotės bangos ilgių elektromagnetinės bangos. Rentgeno spindulių difrakciją galima stebėti naudojant natūraliąją erdvinę kristalo gardelę. Atomai ir molekulės kristale išsidėstę taisyklingos trimatės gardelės pavidalu. Tokių gardelių periodai yra rentgeno spindulių bangos ilgio eilės. Kiekvienas tokios kristalo gardelės atomas arba atomų grupė sklaido rentgeno spindulius. Išsklaidytosios bangos yra koherentinės, nes jos sužadinašamos ta pačia krintančiąja banga. Šios bangos interferuodamos tarpusavyje atitinkamomis kryptimis sudaro maksimumus. Pagal jų vietą ir santykinį intensyvumą galima nusakyti sklaidančiųjų centrų išsidėstymą kristalo gardelėje ir šių centrų prigimtį.

Tarkim, kad  $xyz$  koordinačių sistemos ašys nukreiptos palei kubo briaunas (5.3.2.1 pav.). Bet kuri plokštuma, kertanti kristalą statmenai  $xy$  plokštumai, palieka joje tiesės pavidalo pėdsaką (pvz., 1, 1', 2, 2'). Taigi visą kristalą galima suskaidyti į eilę plokštumų 1, 1', ... arba 2, 2', ..., lygiagrečių su jo natūraliomis briaunomis. Šiose plokštumose (atomų plokštumose) atomai išsidėstę vienodu tankiu ir jos nutolusios vienodu atstumu  $d$ , lygiu elementariosios kubinės gardelės briaunai. Tačiau galima analogiškai suskaidyti ir kitais būdais, pvz., plokštumos 3, 3', ... ir 4, 4', ..., besiskiriančios nuo anksčiau minėtųjų kitokiu atomų tankiu bei atstumu tarp plokštumų.

Panagrinėsimė vieną plokštumų sistemą, pvz., 1, 1', ... arba 2, 2', ... (5.3.2.2 pav.). Tarkim, kad į ją krinta lygiagretus monochromatinių  $\lambda$  bangos ilgio spindulių pluoštelis. Kadangi atomai suprantami kaip naujų elementariųjų koherentinių bangų šaltiniai, kiekviena plokštuma atspindi nulines eilės spindulius kampu lygiu kritimo kampui. Viena kuri nors plokštuma



5.3.2.1 pav. Atomų plokštumos



5.3.2.2 pav. Rentgeno spindulių atspindys nuo atomų plokštumų

atspindi visiškai vienodai bet kokio ilgio bangas, nes visų spindulių kelių ilgiai tarpusavyje vienodi, ir tada spindulių eigos skirtumas visada lygus nuliui. Kadangi atspindys vyksta ne nuo vienos plokštumos, o nuo vienodai išsidėsčiusių plokštumų sistemos, tai reikia įskaityti koherentinių spindulių, atspindėjusių nuo įvairių plokštumų, interferenciją. Kaip ir difrakcinėje gardelėje stiprinimas vyksta linkmėmis, kuriomis eigos skirtumas tarp gretimųjų bangų lygus karto-

tiniam  $\lambda$ . Iš 5.3.2.2 pav. matyti, kad spindulių eigos skirtumas

$$\Delta = AO + OB = 2 d \sin \theta;$$

čia  $\theta$  – kampas tarp krintančiųjų spindulių ir plokštumos.

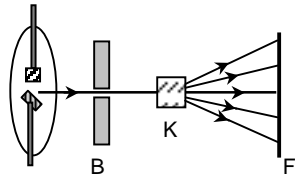
Linkmės, kuriomis susidaro maksimumai, nusakomos tokia sąlyga:

$$2 d \sin \theta = m \lambda . \quad (\text{čia } m = 1, 2, 3, \dots) \quad (5.3.2.1)$$

Pastaroji išraiška vadinama *Vulfo (Вульф) ir Bregų (Bragg) formule*.

Kadangi kristale atspindys vyksta nuo daugelio plokštumų, t. y. tarpusavyje interferuoja didelis pluoštelių skaičius, tai maksimumai yra pakankamai ryškūs.

(5.3.2.1) išraiška nepasikeičia, jei nagrinėsime atspindį nuo kitų atomo plokštumų sistemų (pvz., 3, 3', ...; 4, 4', ... ir t. t.). Tik šiuo atveju  $d$  vertė kitokia.

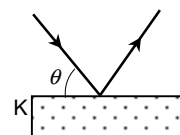


5.3.2.3 pav. Laue metodo schema

Ekspimentiniame rentgeno spindulių difrakcijos stebėjimo metode, pasiūlytame Laue (*Laue*), siauras rentgeno ištisinio spektro spinduliuotės pluoštelis, išskirtas apskrita anga storame švino ekrane B, nukreipiamas į nejudantį monokristalą K (5.3.2.3 pav.). Difragavę pluošteliai registruojami foto plokštelėje F kaip nedidelės dėmelės. Dėmelių tarpusavio išsidėstymas nusako kristalo struktūrą. Pagal atstumus tarp dėmelių ir jų intensyvumus galima nusakyti atomų išsidėstymą kristalo gardelėje ir atstumus tarp jų.

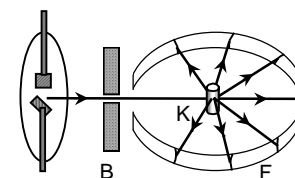
Vulfo ir Bregų metodu galima nustatyti slydimo kampą  $\theta$  kiekvienam bangos ilgiui  $\lambda$ , kai veidrodinio atspindžio kryptimi atsispindėjusioji banga sudaro maksimumą. Tarkim, kad į kristalo K paviršių (5.3.2.4 pav.), kuris

yra natūralioji jo briauna, krinta monochromatinis rentgeno spindulys. Sukant kristalą apie ašį, pereinančią tašką O ir statmeną brėžinio plokštumai, galima keisti slydimo kampą  $\theta$ . Kai  $\theta$  įgyja vertę, kuri tenkina (5.3.2.1) formulę, veidrodinio atspindžio kryptimi susidaro maksimumas. Kitoms  $\theta$  vertėms atspindėjusiojo spindulio praktiškai nėra. Jei į kristalo paviršių krinta įvairių bangos ilgių rentgeno spindulių pluoštelis, tai kampui  $\theta_i$ , kurio vertė vienam kažkuriam bangos ilgiui tenkina (5.3.2.1) formulę, pluoštelis atspindi nuo kristalo briaunos ir imtuve matysime atitinkamus rodmenis. Sukant kristalą iš eilės gaunami  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  bangos ilgių spinduliai, t. y. gaunamas rentgeno spinduliuotės spektras. Tai rentgeno spektrinių prietaisų konstrukcijos pagrindas.



5.3.2.4 pav. Rentgeno spindulių atspindys nuo kristalo

Laue metodas gerai tinka pakankamai dideliems monokristalams. Tačiau gamtoje tik kai kurios medžiagos yra didelių kristalų pavidalu. Todėl buvo sukurtas metodas, vadinamas *miltelių metodu*, kuriuo galima tirti ir smulkių kristalų struktūrą. Monochromatinis rentgeno spindulys nukreipiamas į bandinį K, kuris yra supresuotas kristalo miltelių strypelis K (5.3.2.5 pav.). Kadangi miltelių mikrokristalų orientacija yra netvarki, tai bandinyje visuomet bus kristalėlių, kurie spindulio atžvilgiu išsidėstę kampu, tenkinančiu Vulfo ir Bregų sąlygą naudojamam bangos ilgiui. Tada atspindėję spinduliai sklinda palei  $2\theta$  kampo kūgio paviršių. Jei bandinys apjuosiamas foto juostele F, kūgiai juostelėje palieka išlenktų linijų pavidalo pėdsakus, atitinkančius konkretų bangos ilgį bei atspindžio eilę.



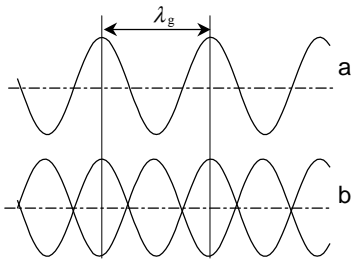
5.3.2.5 pav. Kristalo miltelių metodo schema

### 5.3.3. ŠVIESOS DIFRAKCIJA ULTRAGARSO BANGOSE

Ultragarso bangomis galima dirbtinai suformuoti tvarkingą erdvinę gardelę. Ultragarsas – tai akustinės bangos, kurių dažniai didesni už žmogaus ausimi priimamus dažnius. Tai dažniai nuo  $2 \cdot 10^4$  Hz iki  $10^{13}$  Hz, t. y. atitinka dažnius bangų, kurių ilgiai palyginami su tarpmolekuliniiais atstumais.

Žinoma, kad kvarco plokštelėje (arba kokiame nors kitame pjezoelektrike) galima sužadinti didelio dažnio (iki  $10^8$  Hz) mechaninius virpesius. Tokia virpanti plokštelė skleidžia garso greičiu sklindančias elastines ultra-

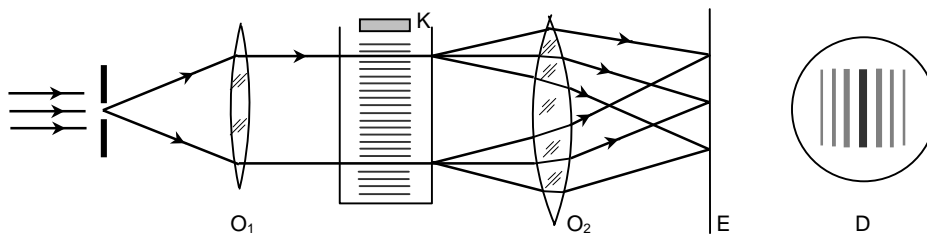
garso bangas, kurių greitį lemia terpės savybės. Bėgančioji skystyje (pvz., ksilole, vandenyje) ultragarso banga sudaryta iš sekančių viena po kitos terpės sutankėjimo ir praretėjimo sričių.



5.3.3.1 pav. Tankio skirstinys bėgančioje (a) ir stovinčioje (b) ultragarso bangoje

Terpės tankis, kart ir lūžio rodiklis, periodiškai kinta bangos sklaidimo kryptimi. Skystyje, kuriame sklinda ultragarsas, susiformuoja fazinė difrakcinė gardelė. Jei sklindantis skystyje ultragarsas atsispindi nuo kiuvetės sienelės, abi bangos užsikloja ir susidaro stovinčioji banga. Ją galima nagrinėti kaip periodinę kintamo tankio, kartu ir kintamo lūžio rodiklio, struktūrą. Tiek bėgančiosios, tiek ir stovinčiosios ultragarso bangos sukurtos fa-

zinės gardelės periodas yra lygus ultragarso bangos ilgiui (5.3.3.1 pav.). Pvz., ultragarso greitis ksilole  $\approx 1000$  m/s, dažnis  $10^8$  Hz, bangos ilgis  $\lambda_g = 10^{-3}$  cm = 10  $\mu$ m. Taigi ksilole susidaro fazinė difrakcinė gardelė, kurios periodas 10  $\mu$ m, ir galima matyti šviesos bangų difrakciją. Šviesos difrakcijos ultragarso bangose stebėjimo schema pavaizduota 5.3.3.2 pav. Lygiagrečiųjų šviesos spindulių pluoštelis pereina kiuvetę su skysčiu statmenai ultragarso sklaidimo iš kvarco generatoriaus K kryptčiai. Susidaręs difrakcinis vaizdas D matomas ekrane E.



5.3.3.2 pav. Šviesos difrakcijos ultragarso bangose stebėjimo schema

Jei garso bangos skystyje ilgis  $\lambda_g$ , o  $m$ -sios eilės difrakcinio spektro nuokrypio kampas  $\theta$ , bus tenkinamas sąryšis:

$$\lambda_g \sin \theta_m = m \lambda .$$

Pažymėjus  $a$  atstumą tarp ekrano ir garso bangos, o  $h_m$  – atstumą tarp centrinio ir  $m$ -sios eilės maksimumų centrų, tai esant  $a \gg h_m$ , galima užrašyti:  $\sin \theta_m \approx h_m / a$ . Tada

$$h_m = m a \frac{\lambda}{\lambda_g}.$$

Iš šios išraiškos išplaukia, kad mažinant ultragarso bangos ilgį (didinant garso dažnį) didėja atstumas tarp difrakcinių maksimumų, kurių kaip ir atstumą  $a$  galima išmatuoti dideliu tikslumu. Kadangi šviesos bangos ilgis žinomas, galima pakankamai tiksliai nustatyti garso bangos ilgį ir greitį skystyje.

Kada skystyje vienu metu sužadinamos trys ultragarso bangos, sklindančios tarpusavyje statmenomis kryptimis, tada dėl atspindžio nuo kiuvetės sienelių jos sudaro stovinčiųjų bangų sistemą, kurių mazgai išsidėsto taisyklingos erdvinės gardelės pavidalu. Stovinčios ultragarso bangos suformuotoje gardelėje lūžio rodiklis periodiškai kinta ne tik erdvėje, bet ir laike ultragarso periodu, t. y. maždaug ( $10^7 \div 10^8$ ) kartų per sekundę. Dėl to difragavusios šviesos intensyvumas periodiškai kinta tuo pačiu dažniu, t. y. šviesa moduluojama.

Taigi, jei į ultragarsu suformuotą difrakcinę gardelę krinta monochromatinė  $\nu$  ( $10^{14}$  Hz) dažnio šviesa, difragavusios šviesos dažnis kinta ir lygus  $\nu \pm f$  (čia  $f$  – ultragarso virpesių dažnis). Kadangi  $f$  neviršija  $10^8$  Hz, šviesos dažnis pakinta nedaug, tačiau šis pokytis jau matomas eksperimente.

Stovinčiųjų bangų metode svarbu, kad atsispindėjusios bangos intensyvumas būtų artimas pereinančiosios bangos intensyvumui. Todėl geriau naudoti terpes, kurios silpnai sugeria ultragarso bangas (vandenį, ksilolą).

Bėgančiosios ultragarso bangos atveju taip pat kinta dažnis. Tai susiję su šviesos atspindžiu nuo judančiųjų paviršių, kurie yra bėgančiosios bangos fronto paviršiai. Čia pasireiškia Doplerio (*Doppler*) reiškinys. Bėgančiosios į tą pačią pusę, kaip ir krintančioji banga, difragavusios šviesos dažnis padidėja ( $\nu + f$ ), o priešpriešiais bėgančiosios – sumažėja ( $\nu - f$ ).

#### 5.4. FURJE OPTIKOS PRADMENYS. ABĖS TEORIJA

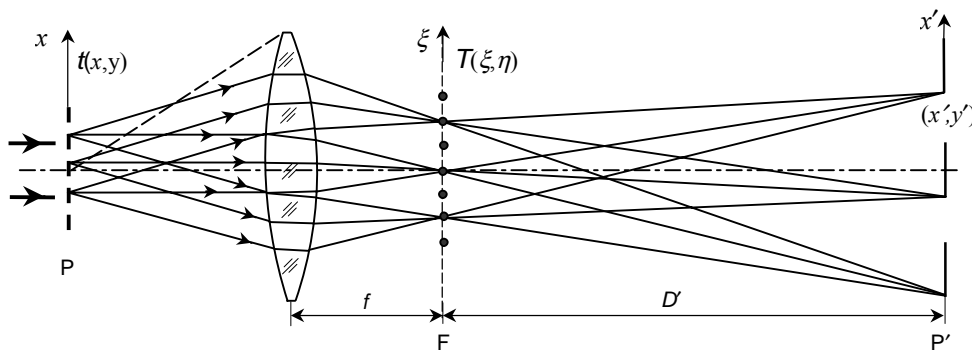
Lęšiai ir sudėtingesnės optinės sistemos (objektyvai) naudojamos objektų atvaizdams sukurti. Objekto atvaizdas yra optinės sistemos perteiktas sklindančios nuo objekto šviesos intensyvumo pasiskirstymas. Realūs lęšiai yra baigtinių matmenų, o be to optinėse sistemose dažnai naudojamos įvairios diafragmos, todėl sklindanti šviesos banga difraguoja. Difrakcija turi esminės įtakos sukurtam atvaizdų kokybei.

Dažniausiai naudojamas koherentinis arba nekoherentinis objektų apšvietimo būdas. Kai apšviečiama koherentinėmis bangomis, iš įvairių ob-

jekto taškų sklindančios šviesos bangos yra koherentinės ir tarpusavyje interferuoja. Antruoju atveju objekto taškai skleidžia nekoherentines bangas, kurių intensyvumai atvaizdo plokštumoje adityvūs.

Panagrinėsime koherentinį apšvietimą. Abės teorija įrodo, kad atvaizdų susidarymas yra bangų interferencijos padarinys. Pagal šią teoriją, objektas yra sudėtinga difrakcinė gardelė. Aprašant kompleksinę perturbaciją bet kokiuose atvaizdo plokštumos taškuose, reikia atsižvelgti ne tik į visus objektyvo angos elementus, bet ir į visus paties objekto elementus. Perėjimas iš daikto į atvaizdą matematiškai atliekamas dvigubu integravimu. Vieną kartą integruojama pagal daikto plokštumą, o antrą kartą – pagal plokštumą, kurioje susidaro taip vadinamas Furje spektras (objektyvo židinio plokštumoje).

Tarkime, kad į gardelės pavidalo objektą P statmenai krinta plokščioji banga (5.4.1 pav.). Už daikto dėl difrakcijos susidaro daug difragavusių pluoštelių, sklindančių įvairiomis kryptimis. Interferencijos maksimumų kryptis nusako ši sąlyga:



5.4.1 pav. Optinio atvaizdo susidarymo schema apšvietus koherentine šviesa

$$d \sin \varphi = m \lambda ;$$

čia  $d$  – gardelės periodas,  $\varphi$  – difrakcijos kampas,  $m$  – interferencijos eilė,  $\lambda$  – bangos ilgis (dydis  $d \sin \varphi$  yra bangų eigos skirtumas tarp gretimų pluoštelių).

Difraguojant plokščiajai bangai gardelė savotiškai išskaido praleidimo funkciją Furje eilute, ir objektyvo židinio plokštumoje difragavusios bangos erdviškai išsiskirsto į erdvines harmonikas. Jei šviesos bangos amplitudės pasiskirstymas dvimačio objekto plokštumoje aprašomas funkcija  $t(x,y)$ , tai

objektyvo židinio plokštumoje susidaręs amplitudės pasiskirstymas bus aprašomas kita funkcija  $T(\xi, \eta)$ , kuri išreiškiama taip:

$$T(\xi, \eta) \sim \iint t(x, y) \exp[i 2 \pi (x \xi + y \eta) / \lambda f] dx dy. \quad (5.4.1)$$

Ši išraiška matematikoje žinoma kaip Furje transformacija. Todėl taip išreikšta funkcija  $T(\xi, \eta)$  vadinama objekto  $t(x, y)$  Furje spektru.

(5.4.1) išraiškoje  $x$  ir  $y$  yra taško koordinatės objekto plokštumoje, o  $\xi$  ir  $\eta$  – taško koordinatės lęšio židinio, kurio nuotolis  $f$ , plokštumoje.

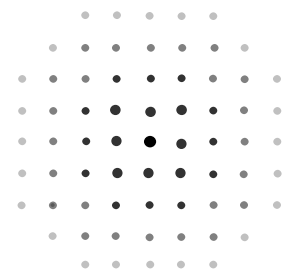
Taigi objektyvo židinio plokštumoje F atsiranda Fraunhoferio difrakcinis vaizdas, kurį sudaro nuosekliai išsidėstę įvairių eilių maksimumai (5.4.2 pav.). Jis vadinamas difrakcinės gardelės Furje spektru (arba *erdviniu spektru*). Norint aprašyti šį reiškinį matematiškai, reikia naudoti *erdvinio dažnio* sąvoką. Erdvinis dažnis – tai dydis, atvirkščias struktūros erdviniam periodui.

Kiekvienas lęšio židinio plokštumos taškas yra antrinių koherentinių bangų šaltinis. Iš jų sklindančios bangos tarpusavyje interferuoja ir sukuria objekto atvaizdą atvaizdo plokštumoje P'. Į kiekvieną atvaizdo tašką ateina spinduliai, kiekvienas iš kurių perėjo atitinkamą erdvinio spektro maksimumą. Neiškraipytas gardelės atvaizdas su visomis detalėmis susidaro tada, kai šviesos pasiskirstymas plokštumoje P' nusakomas visomis Furje spektro dedamosiomis. Kitaip tariant, norint sukurti tikslų objekto atvaizdą, reikia erdvinio spektro visų dažnių harmonikų. Tačiau tai neįmanoma, nes objektyvo anga yra ribota. Praktiniams tikslams pakanka angos, praleidžiančios tokias erdvines harmonikas, kurių energija yra ženkli. Be to konkrečiam bangos ilgiui  $\lambda$  ir gardelės periodui  $d$  pagrindiniai maksimumai yra ne didesnės kaip  $m_{\max} = d/\lambda$  eilės. Juose yra informacija apie Furje dedamąsias, kurių erdvinis periodas ne mažesnis kaip

$$l_{\min} = \frac{d}{m_{\max}} = \lambda.$$

Struktūros detalės, kurių gardelės periodas mažesnis, neturi reikšmės difrakciniam vaizdui.

Objekto atvaizde gali atsirasti iškreiptų detalių, jei pašalinamos kai kurios erdvinės harmonikos.



5.4.2 pav. Erdvinio spektro vaizdas lęšio židinio plokštumoje

Periodinė struktūra, susidedanti iš  $N$  vienu  $s$  pločio plyšių, tarp kurių yra neskaidrūs tarpeliai, sudaro vienmatę gardelę su periodu  $d$ . Lęšio židinio plokštumoje  $F$ , kurioje susidaro ryškūs Furje spektro maksimumai, įtaisyta stačiakampė diafragma, kurios šoninės kraštinės lygiagrečios su plyšiais. Matematiškai nusakant šviesos intensyvumo skirstinį atvaizde gaunama, kad santykinis intensyvumas atvaizdų plokštumoje  $P'$  reiškiamas taip:

$$\frac{I(x')}{I_0} = 1 + 2 \sum_{1 \leq m \leq k} \frac{\sin(m\pi s/d)}{m\pi s/d} \cos(2\pi m x'/d'); \quad (5.4.3)$$

čia  $x'$  – atvaizdo, kurio periodas  $d'$ , taško koordinatė;  $I_0$  – nuo skaičiaus  $m$  nepriklausanti pastovioji;  $k = ad/\lambda f$  (čia  $a$  – diafragmos ilgis);  $d' = -Dd/f$  (čia  $D$  – atstumas nuo objektyvo židinio plokštumos iki atvaizdo plokštumos).

Pirmasis (5.4.3) išraiškos narys nusako santykinį intensyvumą, kai  $m = 0$ . Jei diafragma labai ilga, tai sumuojant  $k = \infty$  ir tada atvaizdas visiškai panašus į objektą.

Jei diafragmos ilgis  $a$  toks mažas, kad atvaizdui sukurti naudojamas tik nulinės eilės spektras, t. y. jei  $k$  yra taisyklingoji trupmena, tai  $I(x') = \text{const}$ ; tada atvaizdo plokštuma tolygiai apšviesta.

Jei per diafragmą pereina nulinė ir dvi pirmosios harmonikos ( $m = 0, \pm 1$ ), t. y. jei  $k$  šiek tiek didesnis už vienetą, tai

$$\frac{I(x')}{I_0} = 1 + 2 \frac{\sin(\pi s/d)}{\pi s/d} \cos(2\pi x'/d').$$

Tada į kiekvieną atvaizdo tašką ateina ne mažiau kaip du spinduliai iš atitinkamų objekto taškų. Atvaizdo periodas  $d'$  taisyklingas ir šviesos intensyvumas pasiskirsto taip, kad tolygiai pereinama nuo šviesių ruožų prie tamsių. Ši sąlyga tenkinama tada, kai pirmos eilės difrakcijos kampas yra ne didesnis už objektyvo apertūros kampą  $u$  (kampas tarp optinės ašies ir spindulio, nubrėžto iš daikto centro į objektyvo kraštą).

Didžiausia erdvinės harmonikos eilė  $m_{\max}$ , kuri turi įtakos atvaizdo kokybei, reiškiamą taip:

$$\sin \alpha = m_{\max} \frac{\lambda}{d} \leq \sin u.$$

Iš čia

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda} \sin u,$$

o mažiausias išskiriamų detalių matmuo lygus jos periodui:



$$l_{\min} = \frac{d}{m_{\max}} = \frac{\lambda}{\sin u} .$$

Jei tarp gardelės ir objektyvo yra  $n$  lūžio rodiklio imersinė terpė, tai

$$l_{\min} = \frac{\lambda}{n \sin u} .$$

Jei plokščioji banga krinta į gardelę kampu  $u$ , tai nenukrypusi banga (nulinės eilės harmonika) sklinda objektyvo apertūros kraštu, o kitu kraštu –  $2m_{\max}$  eilės pluoštelis, kuris sudarytas iš dvigubai mažesnio periodo erdvinės harmonikos, negu apšviečiant statmenai. Jei apšviečiama įstrižai, tai

$$l_{\min} = \frac{0,5 \lambda}{n \sin u} ; \quad (5.4.4)$$

čia  $n \sin u$  – objektyvo skaitinė apertūra. (5.4.4) išraiška nusako objektyvo ribinę skyrą. Kuo  $l_{\min}$  vertė mažesnė, tuo optinės sistemos skiriamoji geba didesnė.

Nepanašus į objektą atvaizdas susidaro tada, kai jo sukūrimui naudojamos aukštesnių eilių erdvinio spektro harmonikos. Jei, pavyzdžiui, pašalinamos visos harmonikos išskyrus pirmosios eilės, tai atvaizdo periodas lygus  $d'/2$ . Taigi tokia atvaizde yra dvigubai daugiau „linijų“ negu objekte. Analogiškas atvaizdas sukuriama ir tada, kai pašalinamos visos nelyginės harmonikos ( $\pm 1, \pm 3, \dots$ ), o paliekamos lyginės ( $\pm 0, \pm 2, \pm 4, \dots$ ), kurios lemia dvigubai mažesnio periodo gardelės difrakcinį atvaizdą. Šie du gardelės atvaizdai vienas kito atžvilgiu yra atvirkštiniai, t. y. vietoje šviesių juostų susidaro tamsios, ir atvirkščiai. Tam turi būti tenkinama sąlyga:  $0,5 \leq s/d \leq 1$ .

Jei objektas dvimatė difrakcinė gardelė ir lęšio židinio plokštumoje yra plyšys, kuris praleidžia visas vertikalios išsidėsčiusias harmonikas, tai atvaizdo plokštumoje atvaizdas susidaro horizontaliųjų gardelės rėžių sistemos pavidalu.

Taigi optinės sistemos židinio plokštumoje dedant specialias diafragmas (erdvinius filtrus), galima keisti Furjė dedamųjų santykinės amplitudės bei fazės ir kartu atvaizdo pobūdį. Toks metodas vadinamas *erdvinių harmonikų filtravimu* ir plačiai taikomas optinėse sistemose informacijai doroti.